Консорциум экономических исследований и образования

Серия "Научные доклады"

ISSN 1561-2422

№ 05/03

Модели конкуренции функций предложения и их приложение к сетевым аукционам

А.А. Васин

П.А. Васина

Проект (№ 03-101) реализован при поддержке
Консорциума экономических исследований и образования

Мнение авторов может не совпадать с точкой зрения Консорциума

Доклад публикуется в рамках направления
Предприятия и рынки товаров

Классификация JEL: D44

ВАСИН А.А., ВАСИНА П.А. Модели конкуренции функций предложения и их приложение к сетевым аукционам. — Москва: EERC, 2005.

В настоящей работе изучаются различные аукционы функций предложения применительно к локальному рынку и сетевому рынку однородного товара с двумя узлами и фиксированными потерями на передачу единицы произведенного товара. Изучаются проблемы существования, единственности и вычисления равновесий по Нэшу для этих моделей. Даются оценки отклонения равновесий Нэша от конкурентного равновесия для каждого варианта. Рассматривается задача оптимальной организации аукциона с точки зрения максимизации общественного благосостояния.

Ключевые слова. Россия, аукцион функций предложения, Курно, Викри, рынок электроэнергии.

Благодарности. Авторы благодарят Ричарда Эриксона и Михаила Алексеева за полезные замечания.

Александр Алексеевич Васин
Полина Александровна Васина
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
119899 Москва, Воробьевы Горы, МГУ,
2-ой учебный корпус, ф-т ВМиК
Тел.: (095) 939 24 91
Факс: (095) 939 25 96
E-mail: vasin@cs.msu.ru

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ

1.1. Предмет исследования

Когда проектируется сетевой рынок, то обычно рассматриваются несколько вариантов структуры рынка. Например, обсуждались несколько вариантов разделения государственной компании CEGB перед дерегулированием (либерализацией) рынка электроэнергии в Великобритании. Кроме того, существуют различные способы определения исхода аукциона на основе заявок участников. В таких ситуациях важно иметь возможность оценить для каждого варианта снижение общественного благосостояния по сравнению с конкурентным равновесием из-за несовершенной конкуренции.

В литературе по этой проблеме существует несколько направлений. Первое разрабатывает методы вычисления конкурентного равновесия для моделей сетевых рынков. Эти методы используются на практике для расчета исхода аукциона. При этом предполагается, что заявки участников соответствуют их фактическим издержкам производства. Однако, этот подход не принимает во внимание рыночную силу и стратегическое поведение агентов. В то же время эмпирические исследования показывают, что производители с целью поднять рыночные цены часто подают заявки, не соответствующие истинным расходам. Упомянутый подход не обеспечивает возможности оценить ожидаемое отклонение рыночной цены от исхода по Вальрасу и соответствующее уменьшение общественного благосостояния.

Второе направление в литературе изучает теоретико-игровую модель конкуренции функций предложения для локального рынка, на котором оплата производится по цене отсечения. Эта цена определяется из условия равенства фактического предложения и спроса. В литературе описывается структура и свойства равновесия по Нэшу в двух случаях: 1) когда производители могут предложить произвольные функции предложения; 2) когда производители используют только линейные функции предложения. В то же время не рассмотрен практически важный случай, когда множество стратегий производителя ограничено неубывающими ступенчатыми функциями предложения. Такие функции соответствуют (при аппроксимации первого порядка) истинным затратам производителей электроэнергии, а также действующим правилам ежедневного аукциона в России и ряда других стран. Проблема вычисления и исследования равновесия по Нэшу не решена для сетевых рынков. Не существует эффективных методов оценки ожидаемого отклонения рыночной цены от цены по Вальрасу для таких рынков. Отметим, что даже малые количества товара, проходящие через сеть, могут существенно изменить равновесные цены. Таким образом, прогнозы и оценки, полученные для локальной модели, могут быть неверны для сетевого рынка.

Анализ конкретных рынков электроэнергии показывает, что цена отсечения в равновесии Нэша на аукционе функций предложения может значительно превосходить цену конкурентного равновесия. В этом контексте представляют интерес альтернативные методы определения итогов аукциона. В литературе рассматриваются аукцион Викри с резервными ценами и другие модели аукциона меню, для которых показано, что сообщение аукционеру истинной информации о типе агента (т.е. о его функции выигрыша) является доминирующей стратегией. В то же время эти модели не адаптированы к сетевому рынку. Не проводился их анализ применительно к конкретным рынкам.

Особенностью рынка электроэнергии являются то, что издержки производства и максимальная мощность для каждого генератора известны с довольно высокой точностью во время проведения аукциона. В то же время фактическая мощность может быть существенно ниже максимальной в связи с поломками, ремонтом и другими неопределенными факторами. Известные модели не учитывают этой специфики при исследовании задачи оптимальной организации аукциона.

Цель настоящего исследования — сконструировать теоретико-игровые модели аукционов функций предложения различных типов для локального и сетевого рынков, найти методы вычисления равновесий по Нэшу для каждого варианта. Далее на этой основе получить оценки ожидаемого отклонения аукционной цены от цены по Вальрасу в зависимости от характеристик рынка и типа аукциона, оценить снижение общественного благосостояния по сравнению с конкурентным равновесием. Разработать рекомендации по оптимальной организации рынка электроэнергии.

Мы рассматриваем цену конкурентного равновесия в качестве эталона, поскольку она реализует максимум функции общественного благосостояния и достаточно близка к средней оптовой цене в последние годы. В частности, в 2000 г., для которого мы проводили расчеты, последняя превышала цену Вальраса не более, чем в 1.7 раза.

1.2. Постановка исследовательской проблемы

В настоящем отчете представлены новые результаты о существовании и свойствах равновесия Нэша для олигополии Курно, модели конкуренции функций предложения, аукциона Викри с резервными ценами и его модификации, учитывающей общеизвестную информацию об издержках производителей. В каждом случае рассматриваемый рынок включает фиксированное конечное число производителей, которые неоднородны по производственным мощностям и неубывающим предельным издержкам производства. Потребители не играют какой-либо активной роли в этих моделях. Их поведение характеризуется функцией спроса, которая общеизвестна.

Ниже мы начинаем исследование с локального рынка. Показано, что существует единственное равновесие Нэша в модели Курно при невозрастающей эластичности спроса в общих предположениях об асимптотике функции спроса при стремлении цены к бесконечности. Разработан наглядный метод вычисления исхода по Курно для любой аффинной функции спроса и кусочно-непрерывных постоянных предельных затрат производителей. В общем случае получена явная верхняя оценка отклонения исхода по Курно от исхода по Вальрасу на основании эластичности спроса и максимальной доли одного производителя в общем предложении по цене Вальраса.

Amir (1996) и Amir, Lambson (2000) исследовали существование и единственность равновесия по Нэшу в модели Курно для лог-выпуклых и лог-вогнутых обратных функций спроса (отметим, что $D^{-1}(v)$ вогнута (выпукла) тогда и только тогда, когда $p\,|\,D'(p)\,|$ возрастает (убывает) по p). Таким образом, первое свойство сильнее, чем возрастание эластичности функции спроса, в то время как второе свойство может как выполняться, так и не выполняться в нашем случае. Типичным примером функции спроса с возрастающей эластичностью, которая не удовлетворяет обоим условиям, является спрос на товар первой необходимости с низкой эластичностью при низких ценах и высокой эластичностью при высоких ценах, таких, что потребители предпочитают какой-то заменяющий товар.

Затем мы рассматриваем модель закрытого аукциона заявок, где производители назначают любые неубывающие ступенчатые функции предложения, а рыночная цена определяется из условия равенства спроса и фактического предложения. Показано, что помимо исхода по Курно, существуют другие равновесия по Нэшу. Для любого такого равновесия цена отсечения лежит между ценой по Вальрасу и ценой по Курно. И наоборот, для любой цены между ценой по Вальрасу и ценой по Курно существует соответствующее равновесие. Однако показано, что только равновесие Нэша, соответствующее исходу по Курно, устойчиво по отношению к адаптивной динамике стратегий производителей стратегией производителей при общих условиях.

Moreno, Ubeda (2002) получили аналогичное утверждение для двухэтапной модели, где на первом этапе производители выбирают производственные мощности, а на втором этапе они конкурируют путем назначения резервной цены. Отличие состоит в том, что в нашей модели равновесие типа Курно всегда существует при заданных производственных мощностях, так как агенты устанавливают как объемы производства, так и резервные цены.

Наши результаты отличаются от результатов Klemperer, Meyer (1989), которые изучают конкуренцию с произвольными функциями предложения, заявленными потребителями. В аналогичных условиях они получают бесконечное множество равновесий по Нэшу, соответствующих всем ценам, превышающим цену Вальраса. Наше ограничение, которое позволяет только неубывающие ступенчатые функции, разумно в контексте исследования рынков электроэнергии. Ступенчатая структура функций предложения типична для генерирующих компаний и соответствует существующим правилам и проектам рынков в различных странах (см. Hogan, 1998).

Оценка отклонения исхода Курно от конкурентного равновесия, а также результаты расчетов показывают, что рыночная цена на аукционе функций предложения может значительно (в 3–5 раз) превышать цену конкурентного равновесия при существующей организации рынка. Поэтому исследование альтернативных вариантов организации аукциона представляет большой теоретический и практический интерес. Мы рассматриваем аукцион Викри с резервными ценами, определяемыми функцией спроса. На таком аукционе цена отсечения и объемы выпуска определяются так же, как на обычном аукционе функций предложения. Однако оплата товара, купленного у данного производителя, производится по резервным ценам, которые вычисляются в зависимости от объема как минимум из предельных издержек его выпуска для прочих производителей и резервной цены для потребителей. Предельные издержки рассчитываются на основе заявленных функций предложения, но в данном случае объявление реальных издержек и производственных мощностей является слабо доминирующей стратегией. В соответствующем равновесии Нэша достигает максимума гарантированное значение суммарного выигрыша потребителей в отсутствие информации об издержках производителей.

Наши результаты обобщают для аукциона функций предложения результаты Ausubel, Gramton (1999), которые исследовали аукцион Викри по продаже делимого товара, где игроками являются покупатели. Более того, мы покажем, что указанный исход соответствует так называемому "правдивому равновесию" для аукциона меню, введенного в работе Bernheim, Whinston (1986); см. также Bolle (2004). В этом равновесии каждый производитель получает прибыль, равную приращению суммарного благосостояния всех участников аукциона в результате его участия в аукционе. Однако, конструкция этого равновесия в указанных работах требует полной информации о резервных ценах потребителей (в нашем случае — об издержках производителей). В рамках аукциона Викри равновесие в доминирующих стратегиях реализует этот исход при любых реальных функциях издержек в условиях приватной информации каждого участника о своей функции.

Наши расчеты для Центрального экономического района России показывают, что при использовании аукциона Викри с резервными ценами цена для потребителей превышает цену конкурентного равновесия лишь в 1.5 раза (по сравнению с 3.5–5 раз для стандартного аукциона). Однако, и такое повышение является довольно существенным. Кроме того, существуют серьезные аргументы в пользу того, что участники аукциона в общем случае не будут раскрывать своих истинных издержек, т.е. указанное равновесие в доминирующих стратегиях не реализуется (см. Rothkopf *et al.*, 1990). Главный из них — сообщение истинных издержек дает преимущество аукционеру (а также другим экономическим партнерам) в последующих взаимодействиях с данным производителем.

Ситуация существенно меняется, если предельные издержки и максимальная модность каждого генератора общеизвестны, а неопределенность связана с сокращением мощностей в результате поломок и ремонтов. В этом случае текущая информация о рабочих мощностях слабо коррелирует с будущим состоянием, и указанный аргумент против раскрытия истинных издержек кажется недействительным. Более того, общая информация может быть использована при организации аукциона для перераспределения общей прибыли в пользу потребителей.

Мы указываем правило расчета итогов аукциона, которое дает максимальное гарантированное значение суммарного выигрыша потребителей с учетом указанной информации. При этом правиле сообщение истинных характеристик производителя остается его доминирующей стратегией, и общее благосостояние по-прежнему достигает максимума.

Во второй части исследования рассмотрен простой сетевой рынок — рынок с двумя узлами. Как и выше, каждый локальный рынок характеризуется функцией спроса и конечным набором производителей с неубывающими предельными затратами. Для каждого производителя стратегией является функция предложения, которая показывает его предложение товара в зависимости от цены. Рынки связаны между собой линией передачи с фиксированной долей потерь и пропускной способностью. При заданных стратегиях производителей администратор сети сначала вычисляет цены отсечения для изолированных рынков. Если соотношение цен достаточно близко к единице, то передача невыгодна с учетом потерь. В этом случае исход определяется ценами отсечения изолированных рынков. В противном случае администратор сети устанавливает переток на рынок с большей ценой отсечения (например, рынок 2). Этот переток уменьшает предложение и увеличивает цену отсечения на рынке 1. Одновременно он повышает предложение и уменьшает цену отсечения на рынке 2. Администратор сети определяет переданный объем таким образом, чтобы отношение конечных цен отсечения соотносилось с коэффициентом потерь, если этот объем не превышает пропускной способности. В противном случае администратор назначает объем, равный пропускной способности. То есть, он действует, как будто совершенно конкурентные посредники передают товар с одного рынка на другой. Легко показать, что такая стратегия максимизирует общее благосостояние, если заявленные функции предложения соответствуют истинным затратам.

Сначала для этого рынка рассматривается модель конкуренции по Курно. Наше исследование показывает, что существует три возможных типа равновесий Нэша: 1) равновесие с нулевым перетоком между рынками и соотношением цен, близким к единице; 2) равновесие с положительным перетоком и соотношением цен, соответствующим коэффициенту потерь; 3) равновесие с перетоком, равным пропускной способности и соотношением цен, превышающим коэффициент потерь.

Исходя из условия первого порядка, определяются локальные равновесия каждого типа и показывается, как их вычислять. Далее изучается, при каких условиях локальное равновесие является действительным равновесием Нэша. Для рынка с постоянными предельными издержками и аффинными функциями спроса определяется набор равновесий в зависимости от параметров. Интересный результат состоит в том, что в симметричном случае при одинаковых параметрах локальных рынков и маленьком коэффициенте потерь локальное равновесие, соответствующее изолированным рынкам, не является равновесием по Нэшу, однако существуют два асимметричных равновесия Нэша с положительным перетоком товара.

Затем рассматривается обычный сетевой аукцион функций предложения (первой цены), для которого обобщаются результаты, полученные для локального аукциона: для любого равновесия Нэша рыночные цены лежат между ценами Вальраса и ценами Курно. Справедливо также обратное утверждение.

Далее описывается сетевой аукцион Викри с резервными ценами в двух вариантах: 1) в отсутствие общей информации об издержках и 2) при наличии общей информации о предельных издержках и максимальных мощностях генераторов. В каждом случае указаны методы расчета резервных цен и доказана оптимальность рассматриваемого варианта: функция предложения, отвечающая истинным издержкам, оказывается доминирующей стратегией для каждого участника; в соответствующем равновесии Нэша реализуется максимум суммарного благосостояния и максимальное гарантированное значение выигрыша потребителей с учетом неопределенности.

2. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Одна ветвь литературы, относящаяся к данному проекту, рассматривает проблему расчета конкурентного равновесия для сетевого рынка по заданным функциям спроса и предложения агентов (McCabe *et al.*, 1989; Hogan, 1995). Для газового сетевого аукциона задача максимизации суммарного благосостояния сводится к задаче линейного программирования, при этом решение двойственной задачи определяет балансовые цены во всех узлах сети. Для рынка электроэнергии задача оптимизации общего благосостояния оказывается в общем случае нелинейной из-за особенностей сетевых ограничений. Hogan (1995) не учитывает этих особенностей. Кулиш (2002) дает корректную формализацию задачи и линеаризует ее.

В рамках этого направления не рассматривается проблема несовершенной конкуренции и использования рыночной силы на сетевых рынках. Эмпирическое исследование этого вопроса проводилось в Sykes, Robinson (1987). Соответствующие теоретические модели рассматривают локальный рынок без учета сетевой структуры. Статические одноПериодные модели (Baldick *et al.*, 2000; Green, 1992; Klemperer, Mayer, 1989) описывают закрытый аукцион функций предложения как игру в нормальной форме и характеризуют точки равновесия Нэша такого аукциона. Klemper, Mayer (1989) исследовали модель конкуренции с произвольными функциями предложения, назначаемыми производителями. Для заданных функций спроса они получили множество равновесий по Нэшу, соответствующих всем ценам, большим цены Вальраса. Green, Newbery (1992) рассмотрели симметричную дуополию с линейными функциями предложения и спроса и получили формулы для расчета равновесия Нэша. Baldick *et al.* (2000) обобщают их результат для несимметричной олигополии. Abolmasov и Kolodin (2002) и Dyakova (2003) применяют этот подход для изучения электрических рынков в двух российских регионах. Они используют аффинную аппроксимацию истинных функций предложения.

Отметим, что предположение об аффинной структуре функций предложения не соответствует ни реальной структуре издержек энергетических компаний, ни практике проведения аукционов функций предложения. В действительности, каждый производитель может подать заявку, соответствующую ступенчатой неубывающей функции предложения. Проект Российского оптового рынка электроэнергии предусматривает до 3-х ступеней в заявке одной фирмы на каждый час следующих суток (см. The Model of the Russian Wholesale Market, RAO UES Draft Document. Version 2.2). Ступенчатая структура заявки соответствует в первом приближении реальной структуре переменных издержек компаний-производителей электроэнергии. Обычно каждая такая компания владеет несколькими электрогенераторами с ограниченной мощностью, каждый из которых характеризуется примерно постоянными предельными издержками. Главная составляющая этих издержек — затраты на топливо.

Vasin *et al.* (2003) исследуют свойства равновесий Нэша для аукциона функций предложения, на котором заявка — это ступенчатая неубывающая функция. Предполагается, что реальные предельные издержки каждого производителя являются постоянными в границах производственной мощности. Функция спроса известна и монотонно убывает по цене. Найдены и исследованы два типа равновесий Нэша, один из которых соответствует равновесиям Курно. В то же время не рассмотрен еще один тип (равновесие с барьером). Ниже мы покажем, что для любой цены, лежащей между ценой конкурентного равновесия и ценой Курно, существует равновесие Нэша. Остальные результаты верны. Равновесные по Нэшу цены лежат между ценой конкурентного равновесия и ценой Курно для данного рынка. Если предельные издержки ниже цены Вальраса, то равновесие, соответствующее исходу Курно, является устойчивым исходом, к которому сходятся все траектории адаптивной динамики некоторого класса. В работе получена также оценка отклонения исхода Курно от конкурентного равновесия. Эта оценка позволяет оценить возможное снижение общественного благосостояния, исходя из нижней оценки эластичности спроса и максимальной доли отдельного производителя в равновесном по Вальрасу выпуске продукта. Ниже мы обобщим эти результаты для локальных рынков с неубывающими предельными издержками.

Аукцион Викри с резервными ценами является альтернативной обычному аукциону функций предложения. Первоначально этот тип аукциона был предложен и исследован для продажи неделимого товара в форме аукциона второй цены (Vickrey, 1961). Его достоинство — существование равновесия в доминирующих стратегиях, соответствующих объявлению истинных резервных цен покупателей. В результате товар достается тому, кто его больше ценит, то есть суммарный выигрыш участников достигает максимума. Недостаток — доход продавца может оказаться очень низким. Условия аукциона способствуют сговору покупателей.

Ausubel, Cramton (1999) разработали вариант аукциона Викри с резервной ценой для продажи делимого товара. Наличие резервной цены ограничивает возможность сговора и обеспечивает некоторый гарантированный выигрыш продавцу.

Ниже мы описываем аукцион Викри для покупки однородного товара с резервными ценами, отражающими интересы потребителей. Он обладает указанными положительными свойствами и позволяет получить лучший результат по сравнению с обычным аукционом функций предложения как в смысле суммарного благосостояния, так и в смысле цены товара для потребителей. Мы также исследуем взаимосвязь этого аукциона с аукционом меню, предложенным в работе Bernheim, Whinston (1986). Применительно к продаже однородного делимого товара условия аукциона состоят в следующем. Каждый игрок-покупатель назначает функцию спроса, указывающую, сколько товара он готов купить в зависимости от цен, назначенных аукционером для него и других покупателей. Аукционер определяет эти цены, максимизируя свою прибыль, представляющую разность между суммой платежей покупателей и затратами на производство товара. Каждый покупатель стремится максимизировать разность полезности купленного товара и платежа за него. Среди множества совершенных подыгровых равновесий этой игры Бернхейм и Уинстон выделяют "правдивое равновесие" (truthful equilibrium), устроенное следующим образом. Каждый игрок соглашается на предложенные аукционером цены, если при этом получает заданную величину выигрыша, в противном случае его спрос равен нулю. Bolle (2004) отмечает, что только такие равновесия сохраняются при наличии редких случайных ошибок (trembling-hand perfect). Он устанавливает связь между "правдивым равновесием" и решением "задачи выбора команды" (Team Selection Problem). Bolle доказывает, что значение выигрыша данного покупателя в "правдивом равновесии" равно его вкладу в суммарное благосостояние, то есть разности значений характеристической функции для коалиции всех участников аукциона и коалиции всех за исключением данного покупателя, если эта функция является субаддитивной.

Ниже мы докажем аналогичный результат для исследуемого аукциона функций предложения и проверим, что его характеристическая функция является субаддитивной. Более того, исход, отвечающий "правдивому равновесию", совпадает с исходом указанного выше решения аукциона Викри с резервными ценами. В отличие от конструкций Бернхейм и Уинстона последнее решение не требует информации об издержках производителей.

Эти результаты интересны также в контексте исследования различных механизмов обмена информацией (communication mechanisms) в играх типа "several principal — one agency" (см. Peters, 2001; Martimort, Stole, 2002). В указанных работах выясняется, что для любого механизма обмена информацией между участниками аукциона и аукционером для всякого совершенного подыгрового равновесия существуют меню-аукцион и СПР этого аукциона с таким же исходом. Таким образом, более сложные механизмы обмена информацией не расширяют множества СПР-исходов по сравнению с меню-аукционами.

В работе Rothkopf *et al.*, 1990 рассматриваются теоретические вопросы и практика проведения аукционов Викри. Отмечается, что анализ аукциона как однократной игры не адекватен реальным ситуациям, в которых аукцион обычно повторяется. При этом раскрытие информации о реальных издержках участника дает возможность аукционеру в дальнейшем снизить его выигрыш, например, путем введения специально подобранной фиктивной заявки. Мы рассмотрим модификацию аукциона Викри, в которой предельные издержки и максимальные мощности отдельных генераторов общеизвестны, а неопределенность связана со снижением мощностей в результате аварий и ремонтов. В этом случае аргументы против сообщения реальных параметров кажутся более слабыми.

3. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ И РЕЗУЛЬТАТЫ

3.1. Локальный рынок

Рассмотрим рынок однородного товара с конечным числом производителей A. Каждый производитель a характеризуется функцией затрат $C^a(v)$ с неубывающими предельными издержками для $v \in [0, V^a]$, где V^a — его производственная мощность. Точный вид $C^a(v)$ — его частная информация.

Практически важный случай — когда предельные издержки являются ступенчатой функцией: $C^a(0)=0, C^{a'}(v)=c_i^a$ для $v\in(V_{i-1}^a, V_i^a), i=1,...,n, V_0^a=0, V_n^a=V^a$. Поведение потребителей характеризуется функцией спроса $D(p)$, которая непрерывно дифференцируема и убывает по p и известна всем агентам.

Ниже мы сравниваем различные варианты аукционов функций предложения для этого рынка: равновесие по Курно, стандартный аукцион (аукцион первой цены), аукцион Викри с резервными ценами и аукцион меню. Общая схема всех этих аукционов следующая.

Этап 1. Каждый участник $a\in A$ узнает свою функцию издержек $C^a(v)$. В аукционе меню эти функции становятся общеизвестными.

Этап 2. Одновременно и независимо друг от друга участники сообщают аукционеру заявки — функции предложения $R^a(\overline{p})$, где $\overline{p}=(p^a, a\in A)$ — вектор цен, предложенных участниками, $R^a(\overline{p})$ — объем товара, который участник a готов поставить. Для каждого участника задано множество допустимых заявок $\{R^a(\cdot)\}$. В аукционе Курно — это константы, в других аукционах, которые мы обсуждали, R^a зависит только от p^a и является неубывающей ступенчатой функцией с конечным числом ступеней.

Этап 3. Аукционер выбирает вектор $\overline{p}*$ согласно некоторому правилу. В аукционе меню он реализует максимум своей функции выигрыша. В нашем случае это

$$\overline{p}^* \to \max_{\overline{p}}(F(\sum_a R^a(\overline{p})) - \sum_a p^a R^a(\overline{p})), \tag{***}$$

где

$$F(V)=\int_0^V D^{-1}(v)dv$$

— суммарный выигрыш потребителей от получения товара в количестве V. В обычном аукционе функций предложения цена $p^a=p$ одинакова для всех, в остальном правило такое же. Для аукциона Викри правило выбора $\overline{p}*$ не укладывается данную схему: продукция каждого производителя оплачивается по резервным ценам, определяемым по функции спроса и заявкам других фирм. Таким образом, в каждом случае взаимодействие между производителями может быть описано в виде игры в нормальной форме

$$\Gamma=\left\langle A, X^a, f^a(x), x\in X, a\in A\right\rangle,$$

где стратегией x^a производителя a является его заявка на аукционе или указанная функция предложения, а функция выигрыша f^a определяет его доход при использовании стратегий

$x = (x^a, a \in A) \in X = \underset{a}{\otimes} X^a$. Стандартное предположение заключается в следующем: в таком взаимодействии рациональные индивидуумы выбирают стратегию, являющуюся равновесием Нэша в игре Γ. Ниже мы найдем равновесия Нэша для каждого из вариантов и сравним их с равновесием Вальраса.

Вспомним основные определения.

Вектор $(\tilde{v}^a, a \in A)$ объемов производства называется *равновесием Вальраса* (WE), а $\tilde{p}$ — *ценой Вальраса* локального рынка, если для любого a верно

$$\tilde{v}^a \in S^a(\tilde{p}) \overset{def}{=} \underset{v^a}{Arg\max}(v^a \tilde{p} - C^a(v^a)),\ \sum_a \tilde{v}^a = D(\tilde{p}).$$

Замечание. Теоретическая функция предложения $S^a(p)$ определяет (в общем случае неоднозначно) оптимальный производственный объем выпуска фирмы a в зависимости от цены p. Формально это неубывающее замкнутое полунепрерывное сверху отображение, принимающее выпуклые значения — отрезки или точки. Достаточно очевидно, что при указанных предположениях о функции спроса существует единственная цена Вальраса.

Для игры $\Gamma =< A, X^a, f^a(x), x \in X, a \in A >$ набор $x^* = (x^{a*}, a \in A)$ — *равновесие Нэша* (NE), если $f^a(x^*) \ge f^a(x^* \parallel x^a)$ для любого a, R^a.

Модель Курно. Рассмотрим модель конкуренции по Курно для этого рынка. Стратегией производителя a является его объем производства $v^a \in [0, V^a]$. Производители устанавливают свои объемы одновременно. Обозначим через $\vec{v} = (v^a, a \in A)$ набор стратегий. Рыночная цена $p(\vec{v})$ уравнивает спрос и фактическое предложение:

$$p(\vec{v}) = D^{-1}(\sum_{a \in A} v^a).$$

Функция выигрыша производителя a определяет его прибыль $f^a(\vec{v}) = v^a p(\vec{v}) - C^a(v^a)$. Таким образом, взаимодействие в модели Курно соответствует игре в нормальной форме

$$\Gamma_C = \left\langle A, [0, V^a], f^a(\vec{v}), \vec{v} \in \underset{a \in A}{\otimes} [0, V^a], a \in A \right\rangle,$$

где $[0, V^a]$ — множество стратегий $a \in A$.

Вектор $(v^{a*}, a \in A)$ объемов производства — *равновесие Курно* (CE), если он является равновесием Нэша в игре Γ_C.

Обозначим через $(v^a*, a \in A)$ равновесные по Нэшу производственные объемы, а

$$p^* = D^{-1}(\sum_{a \in A} v^a*)$$

соответствующую цену. Необходимое и достаточное условие равновесия по Нэшу, — выполнение для любого a соотношения

$$p^* \in Arg \max_{p \in \left[D^{-1}\left(\sum_{b \neq a} v^{b*} + V^a \right), D^{-1}\left(\sum_{b \neq a} v^{b*} \right) \right]} \left\{ \left(D(p) - D\left(p^*\right) + v^{a*} \right) p - C^a \left(D(p) - D\left(p^*\right) + v^{a*} \right) \right\}.$$

Отсюда условием первого порядка для равновесия по Нэшу является

$$v^{a*} \in (p^* - C^{a'}(v^{a*})) \,|\, D'(p^*) \,|, \text{ для любого } a \text{, такого что } C^{a}{}'(0) < p^*, \tag{1}$$

$$v^{a*} = 0 \text{ при } C^{a'}(0) \geq p^*, \tag{2}$$

где $C^{a'}(v) = [C_-^{a'}(v), C_+^{a'}(v)]$ в точках разрыва функции предельных издержек. В частности, $C_+^{a'}(V^a) = \infty$.

Комбинация $(p^*, v^{a*}, a \in A)$ называется локальным равновесием Курно, если удовлетворяет необходимым условиям (1), (2).

Определим функцию предложения Курно $S_C^a(p)$ производителя a при $p > 0$ как решение системы (1), (2). Эта функция определяет оптимальный объем выпуска производителя a, если p — равновесная по Курно цена. Функция определяется однозначным образом для любой функции издержек C^a. В частности, рассмотрим упомянутый случай кусочно-постоянных предельных затрат и аффинной функции спроса $D(p) = \max(0, \overline{D} - dp)$. Тогда

$$S_C^a(p) = \begin{cases} 0, \quad p < c_1^a, \\ (p - c_1^a)d \quad \text{если } (p - c_1^a)d < V_1^a, \\ V_1^a \quad \text{если } \quad (p - c_2^a)d < V_1^a < (p - c_1^a)d \ , \\ (p - c_2^a)d \ \text{ если } \ V_1^a \leq (p - c_2^a)d \leq V_1^a + V_2^a, \\ V_1^a + V_2^a \quad \text{если } (p - c_2^a)d < V_1^a + V_2^a < (p - c_3^a)d, \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ V^a \quad \text{если } \quad (p - c_n^a)d > \ V^a. \end{cases}$$

На рис. 1 показан типичный вид этой функций. Цена Курно p^* определяется из уравнения

$$\sum_a S_c^a(p^*) = D(p^*).$$

Для рассмотренного линейного случая, очевидно, что цена единственная. В общем случае следующее утверждение обеспечивает условие единственности цены Курно.

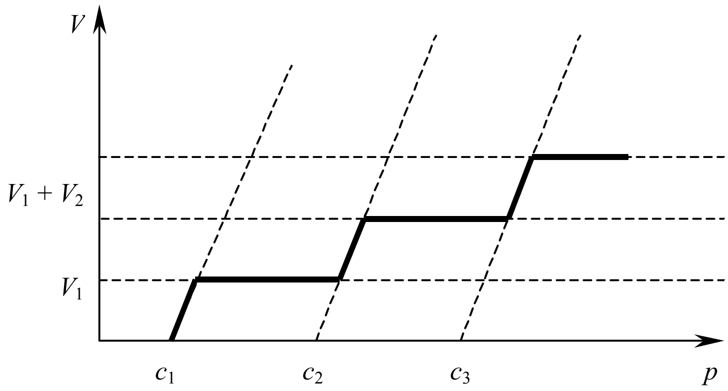

Рис. 1.

Утверждение 1.1. Пусть спрос $D(p)$ и эластичность $e(p) \overset{def}{=} pD'(p)/D(p)$ удовлетворяет одному из следующих условий:

a) $D(p) > 0$ и $e(p) \uparrow p$ при $p \in (\tilde{p}, M)$, $D(p) = 0$ при $p \geq M$,

b) $D(p) > 0$ и $e(p) \uparrow p$ при $p \geq \tilde{p}$, $\lim\limits_{p \to \infty} e(p) = L > 1/m$,

где m — общее число производителей на рынке. Тогда существует единственное равновесие по Нэшу в игре Γ_C.

См. доказательство в Приложении. Идея состоит в том, что $p*$ удовлетворяет условию первого порядка для равновесия Нэша тогда и только тогда, когда она является решением уравнения

$$F(p) \overset{def}{=} \sum_a S_c^a(p) \Big/ D(p) = 1.$$

При заданных условиях функция $F(p)$ — непрерывна и монотонна на интервале $(0, M)$.

Пусть $S^a(p) = Arg \max\limits_{v^a}(pv^a - C^a(v^a))$, $\quad S^{a+}(p) = \max S^a(p)$, $\quad S(p) = \sum\limits_a S^a(p)$.

Теперь оценим отклонение исхода Курно от равновесия Вальраса, исходя из эластичности спроса и максимальной доли одной фирмы в общем объеме производства в равновесии Вальраса.

Утверждение 1.2. Пусть $e(p) \geq e$ для любого $p \geq \tilde{p}$, $\quad \max\limits_a S^{a+}(\tilde{p}) / S(p) \leq 1/n$ и $en > 1$. Тогда

$$\tilde{p} / p^* \geq 1 - 1/(en), \quad \sum_a v^{a*} / D(\tilde{p}) \geq (1 - 1/(en))^e. \tag{3}$$

Замечание. Неубывающая эластичность спроса кажется разумным свойством для спроса любой однородной группы потребителей: в то время как цена возрастает, деньги становятся все более и более важными по отношению к товару. Однако для спроса неоднородной популяции это свойство может не выполняться. Рассмотрим две группы потребителей с разными фиксированными эластичностями спроса. Легко проверить, что общая эластичность спроса в этом случае убывает по цене. С другой стороны, условие на эластичность спроса критично для единственности равновесия Нэша. В частности, в приведенном примере могут существовать два равновесия Нэша. Аналогичная ситуация имеет место в сетевом рынке с двумя узлами, соединенными линией с фиксированными потерями по передаче (см. ниже).

Аукцион функций предложения. Рассмотрим следующий закрытый аукцион: каждый производитель $a \in A$ одновременно посылает аукционеру свою функцию предложения (*r*-предложение) $R^a(p)$, определяющую количество товара, которое производитель готов продать по цене p, $p \geq 0$. Ниже мы предполагаем, что $R^a(p)$ — неубывающая ступенчатая функция с ограниченным числом ступеней. То есть, это не обычная функция, а точечно-множественное отображение: в каждой точке скачка его значением является отрезок и оно обладает теми же свойствами, что и теоретическая функция предложения.

Набор функций *r*-предложения определяет общее *r*-предложение

$$R(p) = \sum_a R^a(p)$$

и цену отсечения $\tilde{c}(R^a, a \in A)$, которая удовлетворяет условию $D(\tilde{c}) \in R(\tilde{c})$. Исходя из свойств функции спроса, цена отсечения определяется единственным образом для ненулевого *r*-предложения (ниже мы иногда опускаем зависимость $\tilde{c}$ от вектора стратегий).

Чтобы определить функции выигрыша, следует рассмотреть два случая. Пусть

$$R^+(p) \overset{def}{=} \sup R(p), \quad R^-(p) \overset{def}{=} \inf R(p).$$

Если $R^{a+}(\tilde{c}) = D(\tilde{c})$, то каждый производитель продает заявленный объем $R^{a+}(\tilde{c})$ по цене отсечения. Иначе, сначала каждый производитель продает $R^{a-}(\tilde{c})$, а затем остаточный спрос $D(\tilde{c}) - R^-(\tilde{c})$ распределяется среди производителей с $R^{a+}(\tilde{c}) > R^{a-}(\tilde{c})$, согласно некоторому правилу рационирования.

При заданном правиле рационирования прибыль каждого производителя $b \in A$ определяется следующим образом:

$$f^b(R^a(.), a \in A) = \tilde{c}(R^a, a \in A) v^b(R^a, a \in A) - C^b(v^b(R^a, a \in A)),$$

где $v^b(R^a, a \in A) \in [R^{b-}(\tilde{c}), R^{b+}(\tilde{c})]$ — конечный спрос на его продукцию. Таким образом, мы определили нормальную форму игры Γ_S, которая соответствует закрытому аукциону. Нашей первой задачей является изучение равновесий Нэша и оценка их отклонений от равновесия Вальраса.

Отметим, что имеется три возможных типа равновесий Нэша для Γ_S : a) те равновесия Нэша, для которых $R^+(\tilde{c}) = D(\tilde{c})$ (равновесия Нэша без рационирования), b) те равновесия, для которых $D(\tilde{c}) \in (R^-(\tilde{c}), R^+(\tilde{c}))$ (равновесия Нэша с рационированием), c) те, для которых $D(\tilde{c}) = R^-(\tilde{c}) < R^+(\tilde{c})$ (равновесия Нэша с барьером, см. рис. 2).

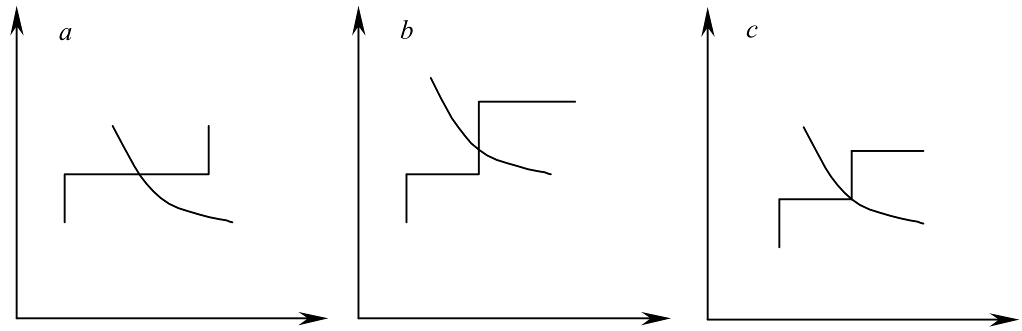

Рис. 2.

Утверждение 1.3. Пусть рынок удовлетворяет условиям Утверждения 1.1.

a) Для любого равновесия Нэша без рационирования объемы производства соответствуют локальному равновесию Курно. И наоборот, если $(v^a, a \in A)$ — равновесие Курно, то соответствующее равновесие Нэша существует Γ_S .

b) Если $(R^a, a \in A)$ — равновесие Нэша, такое что $D(\tilde{c}) \in (R^-(\tilde{c}), R^+(\tilde{c}))$, то оно удовлетворяет одному из следующих условий: существует, как максимум, один производитель $b \in A$ такой, что $R^{b-}(\tilde{c}) < S^{b-}(\tilde{c})$ (так что $v^a = S^a(\tilde{c})$ для любого $a \neq b$); цена отсечения лежит в интервале $[\tilde{p}, p^*]$.

c) Для любого равновесия Нэша типа c) цена отсечения лежит в интервале $[\tilde{p}, p^*]$. И, наоборот, для любого $p \in [\tilde{p}, p^*)$ существует равновесие Нэша $(R^a, a \in A)$ такое, что $\tilde{c}(R^a, a \in A) = p$.

Это утверждение корректирует наш результат в Vasin *et al.* (2003), где мы рассматривали равновесия типа a), b) и нашли конечное множество таких равновесий.

Заметим, что каждое равновесие Нэша типа b) и c) в некотором смысле неустойчиво и, вероятно, не может являться исходом конкуренции функций предложения. В любом таком равновесии избыточное предложение по цене $\tilde{c}$ создает барьер, из-за которого игрокам невыгодно увеличивать цену отсечения путем снижения уровня предложения по ценам, близким к $\tilde{c}$. Однако, поддержание этого барьера не является выгодным. Уменьшение $R^a(\tilde{c})$ до v^a для каждого $a \in A$ не изменит дохода игрока, если стратегии других игроков фиксированы. Более того, как только барьер достаточно снизился, некоторому игроку выгодно уменьшить его функцию предложение при этом также растут доходы других игроков. В самом деле, при нулевом барьере оптимальное предложение игрока a определяется его функцией предложения Курно. Пока $\tilde{c} < p^*$, $v^a(\vec{R}) > S_C^a(\tilde{c})$ для любого a. В условиях Утверждения 1.1 функция выигрыша убывает по v^a в окрестности $v^a(\vec{R})$. Поскольку функция выигрыша непрерывно зависит от величины барьера, игроку a выгодно понижать его предложение (и таким образом увеличивать $\tilde{c}$), когда барьер достаточно мал.

Более того, покажем, что при определенных условиях адаптация функций предложения приводит к исходу Курно. Предположим, что каждый игрок меняет только производственный объем v^a, назначая функцию предложения

$$R^a(p) = \begin{cases} 0, & p < d^a, \\ v^a, & p \ge d^a, \end{cases}$$

с постоянной резервной ценой $d^a \in [0, \tilde{p}]$. Рассмотрим непрерывный во времени процесс, где для каждого a скорость изменения v^a пропорциональна производной функции выигрыша:

$$dv^a/dt = \alpha \partial f^a(v(t))/\partial v^a \text{, если } v^a < V^a \text{ или } \partial f^a/\partial v^a < 0 \text{, иначе } \partial f^a/\partial v^a < 0. \qquad (*)$$

Утверждение 1.4. Если эластичность спроса не возрастает и существует равновесие Курно, то для любого начального значения $(v_0^a, a \in A)$, такого что $v_0^a \in (0, V^a]$ и $D^{-1}(\sum_a v_0^a) > \max_a d^a$, решение задачи (*) сходится к исходу Курно $(v^{a*}, a \in A)$.

Аукцион Викри с резервными ценами. Оптимальная схема аукциона в условиях неопределенности относительно функций издержек. Цена в равновесии Нэша стандартного аукциона функции предложения может значительно превышать цену конкурентного равновесия из-за несовершенной конкуренции (см. Утверждения 1.2, 1.4 и Практическое исследование из Приложения). Благосостояние потребителей, а также общее благосостояние в данном случае убывает. Известной альтернативой для стандартного аукциона является аукцион Викри с резервными ценами. Ниже мы точно определим правила такого аукциона для рассматриваемого рынка. Особый интерес представляет процедура, когда этот аукцион оказывает оптимальным при условии, что функции издержек производителей неизвестны (см. Утверждение 1.6).

Этап 1. Каждый производитель независимо от других назначает и информирует аукционера о своей стратегии — сообщает свою функцию предложения $R^a(p)$. Он определяет эту функцию значениями $p_1^a \le p_2^a \le ... \le p_m^a$, $v_1^a \le v_2^a \le ... \le v_m^a$. Такая заявка означает, что производитель a устанавливает предложение для любого указанного значения $v \le v_l^a$, если цена товара p^a, назначаемая для него аукционером, не меньше p_l^a, $l = 1, ..., m$. Для каждого производителя $p_0^a = 0, v_0^a = 0$.

Этап 2. Аукционер определяет общее фактическое предложение

$$R^{+}(p)=\sum_{a} R^{a+}(p)=\sum_{a} v^{a}_{l(a,p)},\ p\geq 0,$$

где $l(a,p)=\max\{l \mid p^{a}_{l}\leq p\}$ (рис. 3).

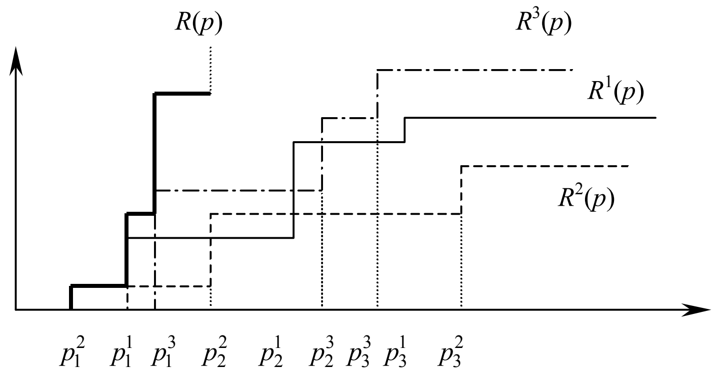

Рис. 3.

Этап 3. Аукционер определяет цену отсечения $\tilde{c}$, которая уравнивает спрос и общую фактическое предложение (см. рис. 4). Формально, $D(\tilde{c})\in R(\tilde{c})$.

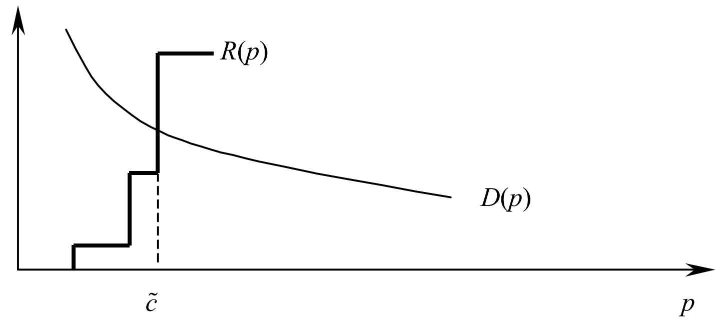

Рис. 4.

Этап 4. Аукционер определяет объемы производства $\bar{v}^{a}, a\in A$. Если $\tilde{c}\neq p^{a}_{l}, l=1,...,m$, то $\#\bar{v}^{a}=R^{a}(\tilde{c})=v^{a}_{l(a,\tilde{c})}$. Для любого производителя, включившего $\tilde{c}$ в свою заявку, $\bar{v}^{a}$ лежит в интервале $[R^{a}_{-}(\tilde{c}),R^{a}_{+}(\tilde{c})]$. То есть, если $p^{a}_{l}=\tilde{c}$, то $v^{a}_{l-1}\leq\bar{v}^{a}\leq v^{a}_{l}$. В типичном случае существует только один такой производитель. Он покрывает весь остаточный спрос по цене отсечения: $\bar{v}^{a}-v^{a}_{l-1}=D(\tilde{c})-R_{-}(\tilde{c})$. В противном случае, точные значения объемов определяются каким-то правилом рационирования. Например, для пропорционального правила

$$\frac{\bar{v}^{a}-R^{a}_{-}(\tilde{c})}{D(\tilde{c})-R_{-}(\tilde{c})}=\frac{v^{a}_{l(a,\tilde{c})}-v^{a}_{l(a,\tilde{c})-1}}{R_{+}(\tilde{c})-R_{-}(\tilde{c})}.$$

Таким образом, остаточный спрос по цене $\tilde{c}$ распределяется пропорционально заявкам по этой цене.

Заметим, что множество стратегий $\{R^a(p), p \geq 0\}$ каждого участника, правило для определения цены отсечения $\tilde{c}(R^a(p), a \in A)$ и объемов выпуска для аукциона Викри такие же, как для стандартного аукциона функций предложения.

Этап 5. Для каждого производителя a аукционер определяет резервные цены и объем выплаты за поставленный товар. Платеж производителю a рассчитывается следующим образом. Предельная цена за дополнительный объем товара dv при выпуске v^a участником a равна $\min\{(R^{A\setminus a})^{-1}(R^{A\setminus a}(\tilde{c})+v^a), D^{-1}(R^{A\setminus a}(\tilde{c})+v^a)\}$. Здесь первая функция указывает предельную цену за этот объем, которую пришлось бы заплатить, если исключить участника a из аукциона. Эта цена определяется, исходя из заявленных функций предложения остальных игроков:

$$R^{A\setminus a}(p) = \sum_{b \in A\setminus a} R^a(p).$$

Вторая функция определяет резервную цену, которую потребители готовы заплатить за этот объем. Таким образом, прибыль игрока a составляет

$$f^a(R^a, a \in A) = \int_0^{R^a(\tilde{c})} \min\{(R^{A\setminus a})^{-1}(R^{A\setminus a}(\tilde{c})+v^a), D^{-1}(R^{A\setminus a}(\tilde{c})+v^a)\}dv - C^a(R^a(\tilde{c})). \quad (*)$$

Рис. 5 иллюстрирует это определение. Прибыль соответствует пощади заштрихованной фигуры. При этом прибыль фирмы a равна приращению суммарного благосостояния всех агентов (производителей и потребителей), связанному с участием этой фирмы в аукционе (см. Утверждение 1.7).

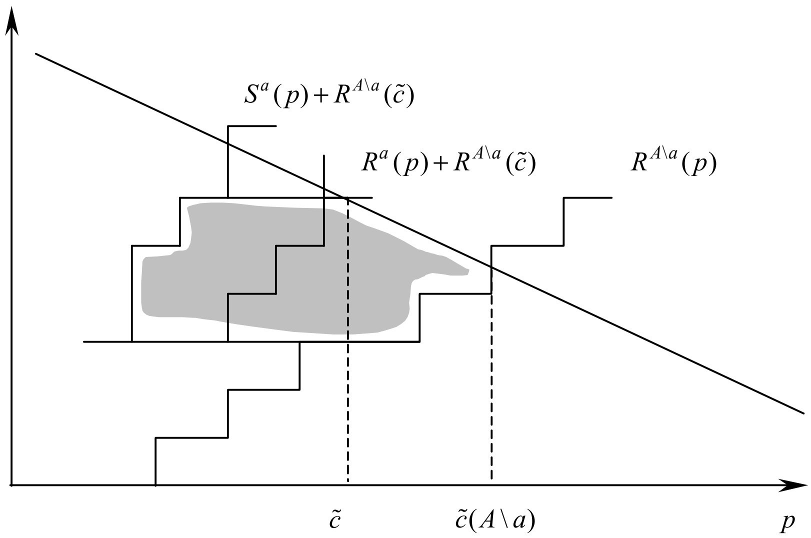

Рис. 5.

Этап 6. Аукционер определяет максимальную цену $p_V(R^a, a \in A)$ товара, его количество и цену для каждого потребителя. Поскольку функция спроса является суммой функций спроса $D^b(p)$ отдельных потребителей $b \in B$, каждый из них получает количество товара $\hat{v}^b = D^b(\tilde{c})$. Так как D^b является монотонно убывающей функцией вплоть до $D^b(p) = 0$, обратная функция $(D^b)^{-1}(v)$ определяет предельные резервные цены на товар для потребителя b в интервале $[0, \hat{v}^b]$.

Возможны различные варианты распределения суммарной выплаты между потребителями. Далее рассмотрим следующий вариант, учитывающий резервные цены потребителей и при этом минимизирующий максимальную цену, которую они платят за товар. Потребитель b покупает товар по максимальной цене p_V до тех пор, пока она не превысит его предельную резервную цену. Остаток товара $\hat{v}^b$ он покупает по резервным ценам. Таким образом, общие затраты потребителя b составляют

$$C^b(p_V) = p_V D^b(p_V) + \int_{D^b(p_V)}^{D^b(\tilde{c})} (D^b)^{-1}(v)dv .$$

Они соответствуют площади заштрихованной фигуры на рис. 6.

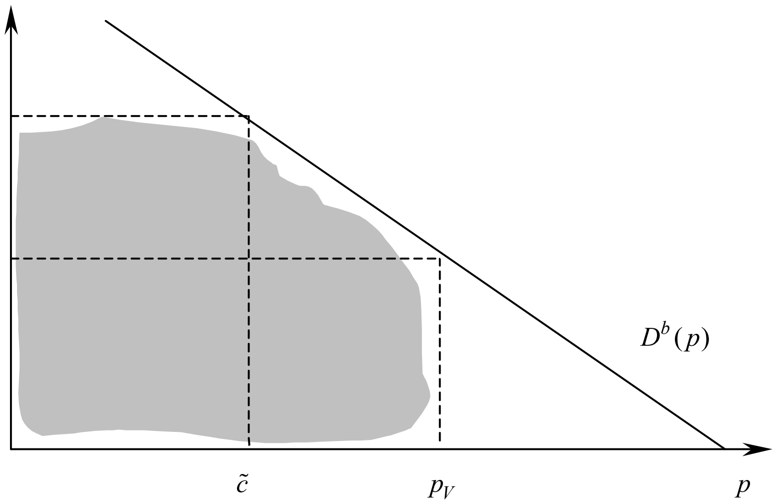

Рис. 6.

Максимальная цена p_V уравнивает общие затраты потребителей и суммарный платеж производителям за товар:

$$\sum_{b \in B} C^b(p_V) = \sum_{a \in A} I^a(\vec{R}) .$$

Поскольку каждая функция издержек монотонно возрастает по p_V, единственное решение последнего уравнения может быть получено стандартным вычислительным методом.

В Приложении А1 мы сравним цены p_V, Курно и Вальраса для одного варианта рынка электроэнергии в Центральном экономическом районе Российской Федерации.

Данная процедура определяет условия игры в нормальной форме Γ_V, соответствующей аукциону Викри с резервными ценами. Игроками являются производители $a \in A$.

Утверждение 1.5. В игре Γ_V стратегия $R^a(p) \equiv S^a(p)$ является слабо доминирующей. В равновесии Нэша $(S^a, a \in A)$ объемы выпуска соответствуют конкурентному равновесию, а выигрыш игрока a равен $W(A) - W(A \setminus a)$, где $W(K)$ — максимальное суммарное благосостояние производителей и потребителей, если только производители из множества $K \subseteq A$ участвуют в аукционе.

Как известно, это максимальное значение реализуется в состоянии конкурентного равновесия. Оно равно площади фигуры, ограниченной осью цен, графиками функций предложения

$$S^K(p) = \sum_{a \in K} S^a(p)$$

и спроса $D(p)$ (см. рис. 7).

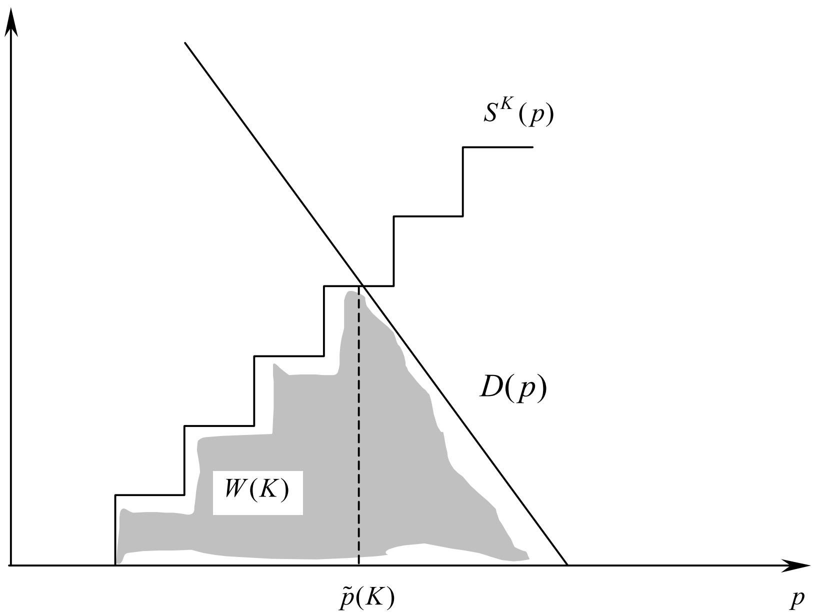

Рис. 7.

Таким образом, для аукциона Викри равновесие Нэша в доминирующих стратегиях соответствует равновесию Вальраса в смысле объемов производства. Однако, выплата каждой фирме за поставленный товар превышает ее выручку в состоянии конкурентного равновесия, поскольку резервные цены согласно (*) выше Вальрасовской цены.

Покажем, что в условиях полной неопределенности относительно функции издержек $C^a(v)$ указанное правило оплаты (*) является оптимальным в следующем смысле: это минимальная оплата, которая при любом значении $C^a(v)$ обеспечивает максимальное значение общего благосостояния в результате аукциона. Отметим, что правило (*) можно переформулировать следующим образом. Предельная резервная цена $r^a(v^a)$ за дополнительный объем dv при объеме выпуска v^a определяется из условия

$$D(v^a) \in R^{A\backslash a}(r^a) + v^a . \qquad (')$$

Полная плата за выпуск v^a составляет

$$I^a = \int_0^{\bar{v}^a} r^a(v)dv . \qquad ('')$$

Утверждение 1.6. Правило (', '') определяет минимальную функцию оплаты, при которой для любой функции издержек оптимальный объем выпуска фирмы a равен значению функции предложения S^a этой фирмы по цене конкурентного равновесия.

Сравним обычный аукцион функций предложения, а также аукцион Викри с резервными ценами, с аукционом меню, обсуждавшимся в работах Bernhaim, Whinston (1986) и Bolle (2004). В отличие от исследованных аукционов заявка фирмы $(R^a(\bar{p}))$ может зависеть от вектора цен $\bar{p} = (p^a, a \in A)$, предложенного участниками.

При данных стратегиях $(R^a(\bar{p}), a \in A)$ аукционер выбирает вектор $\bar{p}^*$, который реализует максимум суммарного благосостояния потребителей:

$$\bar{p}^* \to \max_{\bar{p}}(F(\sum_a R^a(\bar{p})) - \sum_a p^a R^a(\bar{p})), \qquad (***)$$

где

$$F(V) = \int_0^V D^{-1}(v)dv$$

— суммарный выигрыш потребителей от получения товара в количестве V .

Аукциону меню можно сопоставить игру в нормальной форме с функциями выигрыша игроков $a \in A$

$$f^a(R^a, a \in A, \bar{p}(R^a, a \in A)) = p^a(\cdot)R^a(\bar{p}(\cdot)) - C^a(R^a(\bar{p}(\cdot))) .$$

Вектор функций $(R^a{}^*(\bar{p}), a \in A)$ вместе с $\bar{p}^*$ образует "правдивое равновесие" (truthful equilibrium), если это совершенное подыгровое равновесие (в частности, выполнено (***)) и для всякого $\overline{p} \neq \overline{p}*$ либо

$$f^a(R^a*, a \in A, \overline{p}) = f^a(R^a*, a \in A, \overline{p}*) \overset{def}{=} W^a,$$

либо

$$\max_{v^a}(p^a v^a - C^a(v^a)) < W^a \text{ и } R^a*(\overline{p}) = 0.$$

BW и Bolle мотивируют свой выбор правдивых равновесий из множества СПР соображениями коалиционной состоятельности (coalition-proofness) и устойчивости к случайным ошибкам (Trembing Hand Perfectness).

Утверждение 1.7. Значения выигрышей производителей в "правдивом равновесии" составляют $w^a = W(A) - W(A \setminus a)$, где характеристическая функция $W(K)$ определена согласно Утверждению 1.5.

Таким образом, в "правдивом равновесии" каждая фирма осуществляет оптимальный объем выпуска $S^a(\widetilde{p})$, соответствующий конкурентному равновесию, за что ей выплачивается величина $W(A) - W(A \setminus a) + C^a(S^a(\widetilde{p}))$. Исход, очевидно, совпадает с равновесным исходом аукциона Викри с резервными ценами. Однако, конструкция соответствующих функций предложения $R^a*(\cdot)$ требует точного знания каждой фирмой издержек всех производителей.

Аукцион Викри с неполной информацией о функциях издержек. Рассмотрим теперь случай, когда для каждого участника a значение предельных издержек c_i^a и максимальной мощности V_{iM}^a для каждого генератора i общеизвестны. Аукционер может ограничить множество допустимых заявок в соответствии с этой информацией, принимая от игрока a лишь заявки, соответствующие данным значениям c_i^a и каким-то $V_i^a \leq V_{iM}^a$, $i = 1,...,n$. Кроме того, указанную информацию можно учесть при расчете резервных цен, используемых при подведении итогов аукциона. Как и в предыдущих вариантах, объемы выпуска определяются, исходя из поданных заявок, как $v^a = R^a(\widetilde{c}(R^b, b \in A)), a \in A$. Плата фирмы a за поставленный товар рассчитывается согласно (") на основании резервных цен, но эти цены могут быть снижены по сравнению с (') с учетом данной информации. Опишем алгоритм расчета минимальной резервной цены $\bar{r}^a(v)$, при использовании которой заявка $R^a = S^a$, отвечающая истинным значениям V_i^a, является слабо доминирующей стратегией. Эта функция определяется, исходя из резервной цены $r^a(v)$ для обычного аукциона Викри, заданной согласно ('), и функции предельных издержек $c_M^a(v)$, соответствующей данным $(c_i^a, V_{iM}^a, i = 1, ..., n(a))$.

Шаг 1. Найдем $i_1 = \max\{i \mid c_i^a \le r^a(0) = \tilde{c}(R^b, b \in A \setminus a)\}$. Положим

$$\overline{V}_1 = \sum_{i \le i_1} V_{iM}^a \ , \ \bar{r}^a(v) = c_M^a(\overline{V}_1 - v)\,,$$

пока не выполнено неравенство $c_{M-}^a(\overline{V}_1 - v) > r_+^a(v)$ или $v = \overline{V}_1$. В первом случае обозначим $\bar{v}_1$ минимальный объем, для которого реализуется данное неравенство.

Шаг l. Для данного значения $\bar{v}_{l-1}$ положим

$$i_l = \max\{i \mid c_i^a \le r_+^a(v_{l-1})\}\,,\ \overline{V}_l = \sum_{i \le i_l} V_{iM}^a \ , \ \bar{r}^a(\bar{v}_{l-1} + \Delta v) = c^a(\overline{V}_l - \Delta v)\,,$$

пока не выполнено $c^a(\overline{V}_l - \Delta v) > \bar{r}^a(\bar{v}_{l-1} + \Delta v)$ или $\Delta v = \overline{V}_l$. В последнем случае алгоритм закончил работу. В первом случае обозначим $\bar{v}_l$ минимальное значение $\bar{v}_{l-1} + \Delta v$, для которого реализуется данное неравенство, и переходим к шагу $l+1$.

Данный алгоритм рассчитывает максимально возможные предельные издержки, с которыми фирма a могла произвести объем dv с учетом данной информации о ее издержках и факта продажи этого объема на аукционе при данных заявках остальных игроков.

Утверждение 1.8. Пусть плата каждой фирме за поставленный объем рассчитывается согласно (") с заменой резервной цены $r^a(v)$ на $\bar{r}^a(v)$. Тогда при любых значениях $V_i^a \le V_{iM}^a$ для каждого игрока a стратегия $R^a = S^a$ является слабо доминирующей, и в соответствующем равновесии Нэша достигается максимум суммарного благосостояния. Указанная резервная цена является минимальной среди резервных цен, обладающих данным свойством.

3.2. Сетевой рынок с двумя узлами

Рассмотрим два локальных рынка, соединенных линией передачи. Каждый локальный рынок $l = 1, 2$ характеризуется конечным множеством A^l производителей, $|A^l| = n_l$, функциями затрат $C^a(v), a \in A^l$, и функцией спроса $D^l(p)$ так же, как локальный рынок в первой части: каждая функция затрат — частная информация агента a, функция спроса и другие параметры рынка общеизвестны. Обозначим через $k \in (0, L)$ коэффициент потерь, который показывает долю утраченного товара (в частности, электроэнергии) при передаче с одного рынка на другой, Q — максимальное количество отправленного товара. Стратегии агентов $(R^a(p), a \in A^l)$ — функции r-предложения определены как в разд. 3.1.

В настоящем разделе мы рассмотрим два варианта организации этого рынка: обычный сетевой аукцион функций предложения и сетевой аукцион Викри с резервными ценами. В обоих случаях активными участниками (игроками) являются фирмы-производители товара. Каждая фирма стремится максимизировать свою прибыль. Потребители играют пассивную роль. Каждый тип аукциона исследуется с точки зрения общего благосостояния и цен товара для потребителей. Взаимодействие протекает следующим образом.

1. Каждая фирма узнает свою функцию затрат.
2. Одновременно и независимо каждая фирма сообщает аукционеру свою стратегию.
3. Для заданной стратегической комбинации узловые цены отсечения $\tilde{c}^l$ и переданный объем q определяются следующим образом.

Обозначим через $\bar{c}^l(\bar{R}), l=1,2$ цены отсечения для изолированных рынков, $\lambda=(1-k)^{-1}$. Если $\lambda^{-1}\le \bar{c}^2(\bar{R})/\bar{c}^1(\bar{R})\le\lambda$, то $q=0$, $\tilde{c}^l(\bar{R})=\bar{c}^l(\bar{R}), l=1,2$, то есть, рынки остаются изолированными. Если $\bar{c}^2(\bar{R})/\bar{c}^1(\bar{R})>\lambda$, то q (переданный объем с рынка 1 на рынок 2) — решение системы.

$$D^2(\tilde{c}^2)\in\sum_{A^2}R^a(\tilde{c}^2)+\bar{q}/\lambda; \tag{4}$$

$$D^1(\tilde{c}^1)\in\sum_{A^1}R^a(\tilde{c}^1)-\bar{q}; \tag{5}$$

$\tilde{c}^2=\lambda\tilde{c}^1$, если решение $\bar{q}$ удовлетворяет ограничению $\bar{q}\le Q$.

Единственное решение системы существует, поскольку использованные отображения являются монотонными и замкнутыми. Если $\bar{q}>Q$, то $q=Q$, $\tilde{c}^i$ определяются из (3), (4) с $\bar{q}=Q$, $\tilde{c}^2>\lambda\tilde{c}^1$. Ограничение на мощность является активным в этом случае. Случай $\bar{c}^1(\bar{R})/\bar{c}^2(\bar{R})>\lambda$ трактуется аналогичным образом.

Наконец, определяются цены для потребителей и платежи фирмам за товар. На обычном аукционе все расчеты для агентов в данном узле проходят по найденной согласно п.3 цене отсечения. Для аукциона Викри оплата производится по резервным ценам. Метод их расчета см. ниже.

Цель этого раздела — указать методы расчета равновесий Нэша и охарактеризовать их с точки зрения общего благосостояния и цен для потребителей. Рассмотрим последовательно каждый тип аукциона.

Сетевой Аукцион функций предложения. Сначала рассмотрим конкуренцию по Курно в этой модели. Тогда каждый производитель устанавливает $R^a(p)\equiv v^a$. Условия первого порядка равновесия Курно для исхода первого типа с ценами

$$p_1^*,\ p_2^* \quad \text{такими, что} \quad \lambda^{-1}<p_2^*/p_1^*<\lambda \tag{6}$$

в целом аналогичны условиям (1.1), (1.2) для локального рынка:

$$v^a{*} \in (p_i^* - C^{a'}(v^a{*}))\,|\,D^i{'}(p_i^*)\,| \text{ для любого } a \in A^i \text{ такого, что } C^a{'}(0) < p_i^*, \tag{7}$$

$$v^a{*} = 0 \text{ при } C^a{'}(0) \ge p_i^*, \tag{8}$$

где $C^a{'}(v) = [C_-^a{'}(v), C_+^a{'}(v)]$ в точках скачка функции предельных затрат.

Кроме того,

$$\sum_{A^i} v^a{*} = D(p_i^*), \quad i = 1, 2. \tag{9}$$

Для исходов второго типа с

$$q \in (0, Q), \ \lambda p_1^* = p_2^*, \tag{10}$$

условия первого порядка для равновесия Курно получаются аналогичным образом. Отметим, что при любом малом изменении стратегии $v^a{*}$ производитель $a \in A^1$ остается на рынке с функцией спроса

$$D^1(p_1(\bar{v})) + \lambda(D^2(\lambda p_1(\bar{v})) - \sum_{A^2} v^a),$$

где цена $p_1(\bar{v})$ удовлетворяет условию $\sum_{A^1} v^a = D^1(p_1) + \lambda(D^2(\lambda p_1) - \sum_{A^2} v^a))$.

Таким образом,

$$v^a{*} \in (p_1^* - C^a{'}(v^a{*}))\,|\,D^1{'}(p_1^*) + \lambda^2 D^2{'}(\lambda p_1^*)\,|, \tag{11}$$

для любого

$$a \in A^1 \quad \text{такого, что} \quad C^a{*}(0) < p_1^*, v^a{*} = 0 \quad \text{при} \quad C^a{'}(0) \ge p_1^*. \tag{12}$$

Аналогично, производители на рынке 2 отвечают спросу $D^2(\lambda p_1) + 1/\lambda\,(D^1(p_1) - \sum_{A^1} v^a)$ и

$$v^a{*} \in (\lambda p_1^* - C^a{'}(v^a{*}))\,|\,D^2{'}(\lambda p_1^*) + D^1{'}(p_1^*)/\lambda^2\,| \tag{13}$$

для любого

$$a \in A^2 \quad \text{такого, что} \quad C^a{'}(0) < p_2^*, v^a{*} = 0 \quad \text{при} \quad C^a{'}(0) \ge p_2^*. \tag{14}$$

В итоге, если ограничение на мощность работает

$$q = Q, \quad \lambda p_1^* < p_2^*, \tag{15}$$

то условия первого порядка есть

$$v^{a*} \in (p_i^* - C^{a'}(v^{a*}))\,|\,D^{i\,\prime}(p_i^*)\,| \text{ для любого } a \in A^i \text{ такого, что } C^{a'}(0) < p_i^*, \tag{16}$$

$$v^{a*} = 0 \text{ при } C^{a'}(0) \geq p_i^*, \tag{17}$$

$$\sum_{A^1} v^{a*} = D(p_1^*) + Q, \tag{18}$$

$$\sum_{A^2} v^{a*} = D(p_2^*) - \lambda Q. \tag{19}$$

Утверждение 2.1. Каждое равновесие по Нэшу в модели конкуренции Курно для двухузлового рынка принадлежит к одному из описанных трех типов, то есть, либо удовлетворяет условиям (6)–(9), либо условиям (10)–(14), либо условиям (15)–(19).

Это утверждение не тривиально. Существует два других типа ситуаций, которые могут быть равновесиями по Нэшу в этой модели. Один тип удовлетворяет условиям

$$q = 0, \quad \lambda p_1^* = p_2^*,$$

$$(p_1^* - C^{a'}(v^{a*}))\,|\,D^{1\,\prime}(p_1^*)\,| \leq v^{a*} \leq (p_1^* - C^{a\,\prime}(v^{a*}))\,|\,D^{1\,\prime}(p_1^*) + \lambda^2 D^{2\,\prime}(\lambda p_1^*),\; a \in A^1, \tag{$'$}$$

$$(p_2^* - C^{a'}(v^{a*})\,|\,D^{2\,\prime}(p_2^*)\,| \leq v^{a*} \leq (\lambda p_1^* - C^{a\,\prime}(v^{a*}))\,|\,D^{2\,\prime}(\lambda p_1^*) + D^{1\,\prime}(p_1^*)/\lambda^2\,|,\; a \in A^2, \tag{$''$}$$

или симметричным отношениям, другой отвечает $q = Q, \lambda p_1^* = p_2^*$ и тем же неравенствам ('), ('') для v^{a*}. Однако для первого типа отклонение (в любом направлении) выгодно для производителей $a \in A^1$ на рынке 1, а для последнего типа отклонение выгодно для производителей $a \in A^2$ на рынке 2 (см. доказательство).

Утверждение 2.2. Пусть эластичности спроса отдельных рынков $e_l(p), l = 1, 2$, и эластичность спроса $(D^1(p) + \lambda D^2(\lambda p))$ на объединенном рынке не убывают. Тогда существует не более одного локального равновесия Курно каждого типа. Для каждого такого равновесия справедлива оценка $\tilde{p}_l / p_l{}^* \geq 1 - 1/(n_l e)$, где $\tilde{p}_l$ — цена на рынке l в состоянии конкурентного равновесия, e — нижняя оценка эластичности при $p \geq \tilde{p}_l$, а n_l — максимальная доля отдельного производителя в состоянии конкурентного равновесия для соответствующего рынка; в случае объединенного рынка

$$S(\tilde{p}_1) \stackrel{def}{=} \sum_{A^1} S^a(\tilde{p}_1) + \sum_{A^2} \lambda S^a(\lambda \tilde{p}_1),\; S^a(\tilde{p}_1)/S(\tilde{p}_1) \leq \tfrac{1}{n} \text{ для } a \in A^1,$$

$$\lambda S^a(\lambda \tilde{p}_1)/S(\tilde{p}_1) \leq \tfrac{1}{n} \text{ для } a \in A^2.$$

Вернемся к аукциону с произвольными неубывающими ступенчатыми заявками. Справедливы следующие аналоги утверждений, доказанных для локального рынка.

Утверждение 2.3. Если равновесие Нэша $(R^a, a \in A)$ относится к типу $i \in \{1,2,3\}$, то цена $p_l(R^a, a \in A), l = 1, 2$, лежит между ценой Вальраса $\tilde{p}_l$ и ценой $p_l\,*$ для локального равновесия Курно типа i. Всякое равновесие Курно остается равновесием Нэша в сетевом аукционе функций предложения. Для всякого равновесия без рационирования исход соответствует локальному равновесию Курно. Другие типы равновесий Нэша (с рационированием или с барьером, см. рис. 2) не являются устойчивыми к случайным изменениям стратегий участников.

Таким образом, ожидаемый исход аукциона соответствует одному из равновесий Курно.

Указанные в 2.1 условия являются необходимыми, но не достаточными для стратегической комбинации, чтобы быть равновесием Нэша. В отличие от случая локального рынка, изученного в разд. 3.1, даже вогнутость функций спроса на обоих рынках вместе с выполнением условий первого порядка не обеспечивает того, что игрок не может выиграть путем большого отклонения от своей стратегии.

Выведем необходимые и достаточные условия для того, чтобы каждый тип локального равновесия был истинным равновесием Нэша.

Сначала рассмотрим локальное равновесие типа 1 (с нулевым перетоком между рынками). При достаточно большом росте объема производства игрока a цена на рынке 1 уменьшается до уровня $p_1 = p_2^*/\lambda$. Дальнейшее увеличение объема позволяет игроку продавать продукцию также на рынке 2. Рис. 8 показывает функцию спроса для этого производителя.

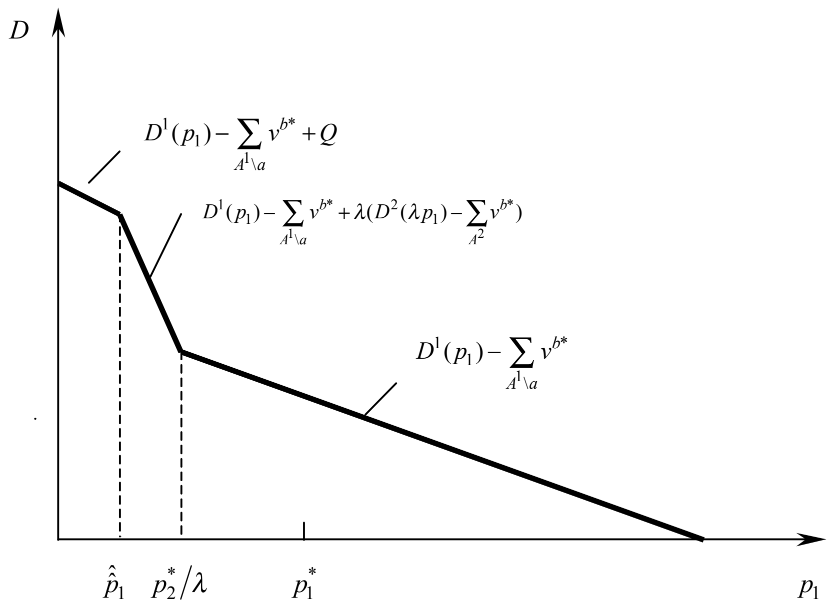

Рис. 8.

Отметим, что, согласно Утверждению 1.1, v^{a*} — оптимальная стратегия агента a для функции спроса

$$D^1(p_1) - \sum_{A^1 \backslash a} v^{b*} .$$

Его оптимальная стратегия при спросе

$$D^1(p_1) - \sum_{A^1 \backslash a} v^{b*} + \lambda(D^2(\lambda p_1) - \sum_{A^2} v^{b*})$$

соответствует цене $\overline{p}_1$ такой, что

$$D^1(p_1) - \sum_{A^1 \backslash a} v^{b*} + \lambda(D^2(\lambda p_1) - \sum_{A^2} v^{b*}) = \overline{v}^a \in (\overline{p}_1 - C^{a'}(\overline{v}^a)) \,|\, D^{1'}(\overline{p}_1) + \lambda^2 D^{2'}(\lambda \overline{p}_1) \,| . \quad (20)$$

Так как левая часть удовлетворяет условиям Утверждения 1.1, оптимальные значения $\overline{v}^a$, $\overline{p}_1$ определяются единственным образом из (20).

Ниже мы предполагаем, что функции спроса $D^1(p)$, $D^2(p)$ удовлетворяют условиям Утверждения 1.1:

либо a) $D(p) > 0$ и $e(p) \uparrow p$ при $p \in (\widetilde{p}, M)$, $D(p) = 0$ при $p \geq M$,

либо b) $D(p) > 0$ и $e(p) \uparrow p$ при $p \geq \widetilde{p}$, $\lim_{p \to \infty} e(p) = L > 1/m$, где m — общее число производителей на рынке.

Эластичность функции $D^1(p) + \lambda D^2(\lambda p)$ возрастает при $D^1(p) > 0$ и $\lambda D^2(\lambda p) > 0$.

Утверждение 2.4. Точка локального равновесия типа a) (которая удовлетворяет условиям (5)–(8)) не является равновесием Нэша тогда и только тогда, когда для некоторого производителя $a \in A^1$ оптимальная цена $\overline{p}_1$ при спросе

$$D^1(p_1) - \sum_{A^1 \backslash a} v^{b*} + \lambda(D^2(\lambda p_1) - \sum_{A^2} v^{b*})$$

меньше, чем p_2^* / λ, а выигрыш при этой цене превышает $f^a(\overline{v}^*)$, или когда для некоторого производителя $a \in A^2$ оптимальная цена $\overline{p}_2$ при спросе

$$D^2(p_2) - \sum_{A^2 \backslash a} v^{b*} + \lambda(D^1(\lambda p_2) - \sum_{A^1} v^{b*})$$

меньше, чем p_1^* / λ, а выигрыш при этой цене превышает $f^a(\overline{v}^*)$.

Замечание. В этом и следующем утверждениях мы предполагаем, что ограничение на передачу мощности $q \leq Q$ не работает.

Теперь рассмотрим локальное равновесие типа b). Чтобы избежать путаницы, обозначим через $\tilde{p}_1$, $\tilde{v}$ цену локального равновесия и производственный объем для этого случая, а через $p_i^*, i = 1,2$ — равновесные по Нэшу цены изолированных рынков. В этом случае функция спроса для производителя $a \in A^1$ показана на рис. 9 и аналогична показанной на рис. 8.

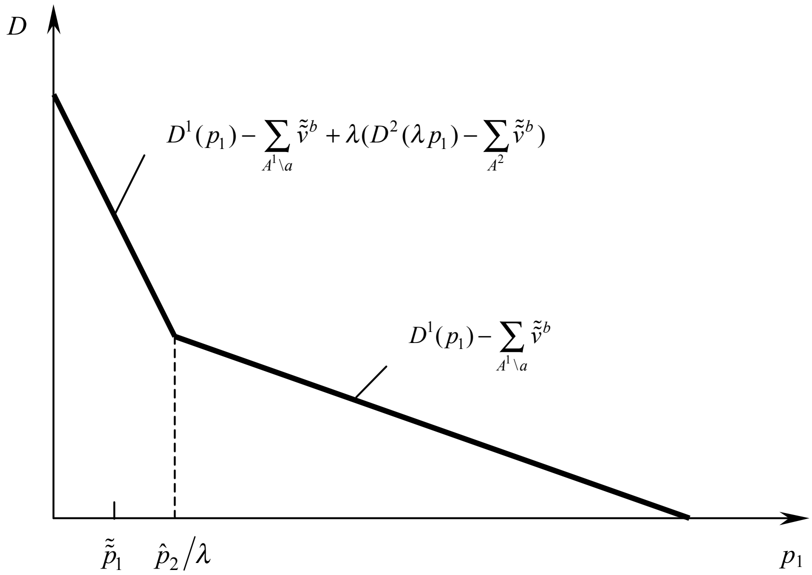

Рис. 9.

Отличие заключается в том, что цена $\hat{p}_2$ определяется уравнением

$$D^2(\hat{p}_2) = \sum_{A^2} \tilde{\tilde{v}}^b \text{ и } \tilde{\tilde{p}}_1 < \hat{p}_2 / \lambda .$$

Уменьшая свое предложение, производитель $a \in A^1$ может увеличить рыночную цену до $\hat{p}_2 / \lambda$. При дальнейшем уменьшении рынки распадаются. Оптимальная цена $\overline{p}_1$ для функции спроса

$$D^1(\tilde{\tilde{p}}_1) - \sum_{A^1 \backslash a} \tilde{\tilde{v}}^b$$

удовлетворяет отношению

$$D^1(\overline{p}_1) - \sum_{A^1 \backslash a} \tilde{\tilde{v}}^b = \overline{v}^a \in (\overline{p}_1 - C^{a'}(\overline{v}^a)) \,|\, D^{1'}(\overline{p}_1) \,| .$$

Утверждение 2.5. Точка локального равновесия типа b) (которая удовлетворяет условиям (9)–(13)) не является равновесием Нэша тогда и только тогда, когда для некоторого производителя $a \in A^1$ оптимальная цена $\overline{p}_1$ при спросе

$$D^1(p_1) - \sum_{A^1 \backslash a} \tilde{\tilde{v}}^b$$

меньше, чем $\hat{p}_2/\lambda$ и выигрыш при этой цене превышает $f^a(\tilde{\tilde{v}})$.

Отметим, что $a \in A^2$ невыгодно отклонятся от локального равновесия типа b) с положительным перетоком из рынка 1 на рынок 2. При фиксированных стратегиях других игроков функция спроса выглядит как на рис. 10.

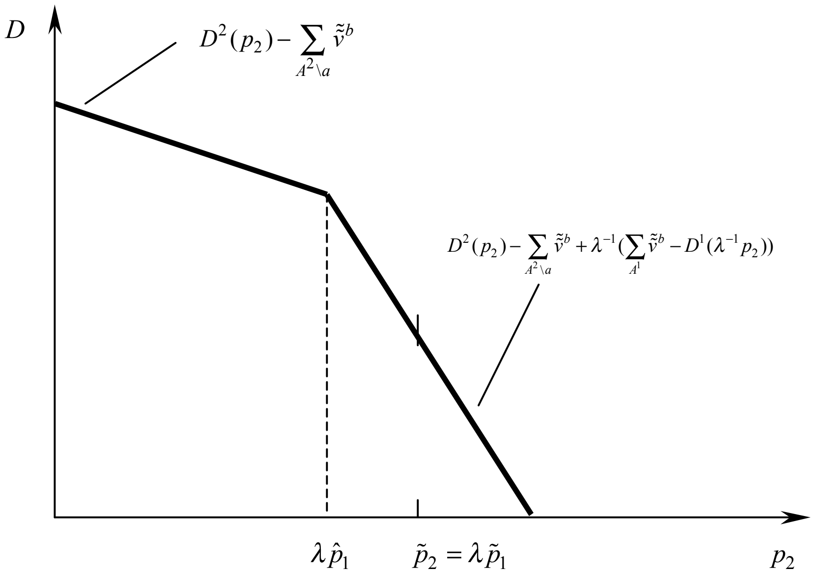

Рис. 10.

Путем достаточно большого уменьшения объема производства агент a может уменьшить цену и разделить рынки в некоторых случаях. Однако его выигрыш в этом случае понизится, поскольку функция спроса для $p < \lambda \hat{p}$ лежит ниже кривой спроса объединенного рынка.

Для типа с) локального равновесия ситуация симметрична в каком-то смысле. Чтобы избежать путаницы, обозначим через $p_i^*(Q), i = 1, 2$ и $v^{a*}(Q), a \in A^1 \cup A^2$ равновесные цены и объемы в этом случае. Они удовлетворяют условиям (15)–(19). Функция спроса для производителя $a \in A^2$ выглядит как на рис. 11.

Обозначим через $\overline{p}_2$ оптимальную цену объединенного рынка:

$$D^2(p_2) - \sum_{A^2 \backslash a} v^{b*}(Q) + \lambda^{-1}(\sum_{A^1} v^{b*}(Q) - D^1(\lambda^{-1} p_2)) =$$
$$= \overline{v}^a \in (\overline{p}_2 - C^{a'}(\overline{v}^a)) \,|\, D^{2'}(\overline{p}_2) + \lambda^{-2} D^{1'}(\lambda^{-1} \overline{p}_2) \,|,$$
$$D^1(p_1(Q)) = \sum_{A^1} v^{b*}(Q).$$

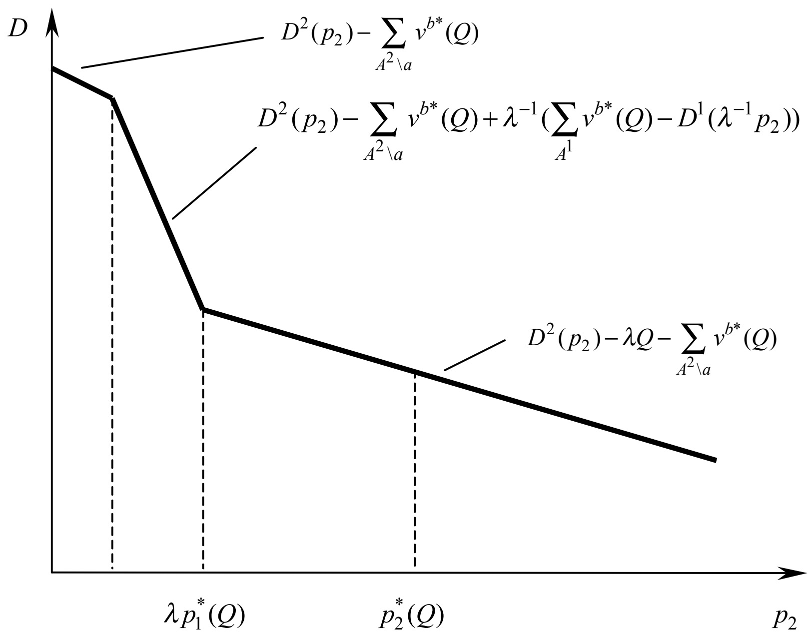

Рис. 11.

Утверждение 2.6. Точка локального равновесия типа с) (которая удовлетворяет условиям (15)–(19)) не является равновесием Нэша тогда и только тогда, когда для некоторого производителя $a \in A^2$ оптимальная цена $\overline{p}_2$ лежит в интервале $(\lambda p_1(Q), \lambda p_1^*(Q))$, а выигрыш при этой цене превышает $f^a(\overline{v}^*(Q))$.

Что касается игроков на рынке 1, то при определенных условиях некоторые из них могут войти в рынки путем уменьшения v^a. Однако, это никогда не является выгодным для агента. Ситуация симметрична в некотором смысле случаю, описанному на рис. 8.

Важным аспектом является вопрос о возможности существования нескольких равновесий Нэша в этой модели, а также о структуре множества равновесий Нэша в зависимости от параметров модели. Ниже мы изучаем эти вопросы для рынка с аффинными функциями спроса и постоянными предельными издержками. Мы также предполагаем, что ограничения на производство и передачу мощности не работают.

Формально мы предполагаем, что $D^i(p) = \overline{D}_1 - dp$, $C^a(v) = c_i v$ для $a \in A^i, i = 1,2$. Условия для локального равновесия типа а) (с $q = 0$) принимают вид: $v^{a*} = v_i^* = (p_i^* - c_i)d$, $a \in A^i$,

$$p_i^* - c_i = \frac{\overline{\overline{D}}_i}{d(n_i + 1)},$$

где $\overline{\overline{D}}_i = \overline{D}_i - c_i d$. Отсюда $f^a(\overline{v}^*) = (p_i^* - c_i)^2 d$, $a \in A^i$. Согласно (20), оптимальная цена $\overline{p}_1$ для $a \in A^1$ в объединенном рынке отвечает уравнению

$$\overline{p}_1 - c_1 = \frac{\overline{D}_1 + \lambda \overline{D}_2 - c_1(1+\lambda^2)d - (n_1 - 1)v_1^* - \lambda n_2 v_2^*}{2d(1+\lambda^2)}.$$

Условие (6) существования локального равновесия и условия его неустойчивости при оптимальном отклонении агента $a \in A^1$ принимают вид:

$$\lambda > \bar{p}_2 / \bar{p}_1 > \lambda^{-1} \;\Leftrightarrow\; \lambda > \left(\frac{\overline{\overline{D}}_2}{d(n_2+1)} + c_2\right) \Big/ \left(\frac{\overline{\overline{D}}_1}{d(n_1+1)} + c_1\right) > \lambda^{-1},$$

$$\bar{p}_1 < p_2^* / \lambda \;\Leftrightarrow\; \lambda(c_1(2+\lambda^2) + \lambda c_2 + \frac{2\overline{\overline{D}}_1}{d(n_1+1)} + \frac{\lambda \overline{\overline{D}}_2}{d(n_2+1)}) < (1+\lambda^2)(\frac{\overline{\overline{D}}_2}{d(n_2+1)} + c_2), \quad (21)$$

$$f_1(\bar{v}^*) < f_1(\bar{v}^* \,\|\, \bar{v}_1) \;\Leftrightarrow\; \frac{2\overline{\overline{D}}_1 \sqrt{1+\lambda^2}}{d(n_1+1)} < (\lambda c_2 - \lambda^2 c_1 + \frac{2\overline{\overline{D}}_1}{d(n_1+1)} + \frac{\lambda \overline{\overline{D}}_2}{d(n_2+1)}). \quad (22)$$

Условия (21, 22) неустойчивости при отклонении агента $a \in A^2$ остаются без изменений, единственное отличие состоит в изменении индексов рынков 1 и 2. Чтобы упростить задачу, предположим, что можно пренебречь величинами c_1 и c_2 при сравнении с величинами

$$\widetilde{D}_i \overset{def}{=} \frac{\overline{\overline{D}}_i}{d(n_i+1)}, \; i = 1, 2.$$

Тогда $p_i^* \approx \widetilde{D}_i$. При этом

$$(6) \quad \Leftrightarrow \quad \lambda > \widetilde{D}_1 / \widetilde{D}_2 > \lambda^{-1},$$

$$(21) \cap (22) \quad \Leftrightarrow \quad \widetilde{D}_2 > \widetilde{D}_1 \frac{2\lambda}{1+\sqrt{1+\lambda^2}},$$

$$(21') \cap (22') \quad \Leftrightarrow \quad \widetilde{D}_1 > \widetilde{D}_2 \frac{2\lambda}{1+\sqrt{1+\lambda^2}}.$$

Рис. 12 описывает различные области плоскости параметров, выделяемые этими соотношениями.

Утверждение 2.7. Локальное равновесие типа а) является равновесием Нэша, если параметры модели лежат в области II на рис. 12. Для параметров из области III равновесие не устойчиво к отклонению игрока $a \in A^1$, для параметров из области IV — к уклонению игрока $a \in A^2$, для параметров из области I — к уклонению любого игрока $a \in A^1 \cup A^2$.

Отметим, что, если

$$\frac{2\lambda}{1+\sqrt{1+\lambda^2}} < 1$$

(в частности, для $\lambda < 1.3$), равновесие Нэша типа а) не существует.

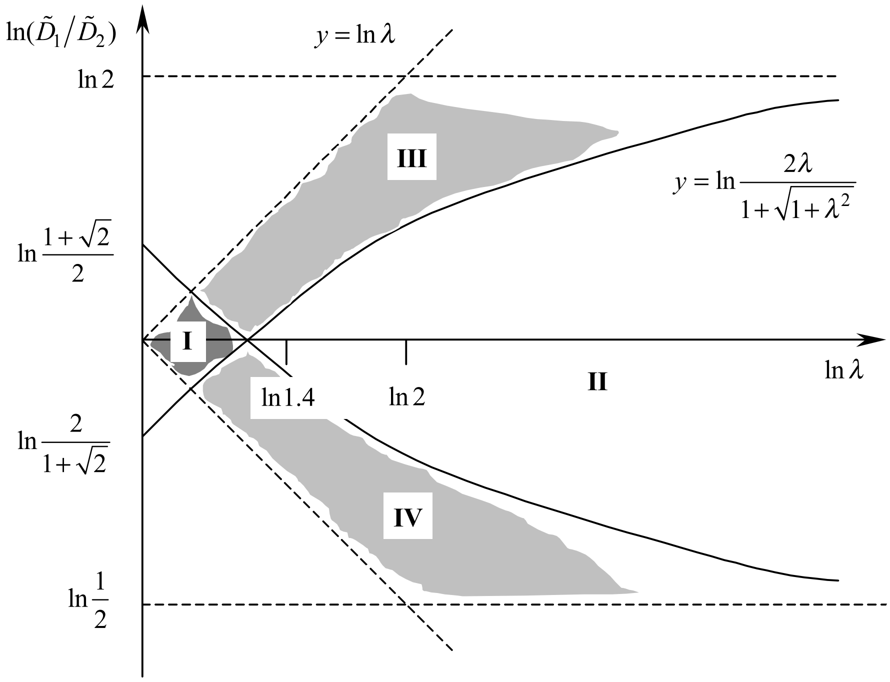

Рис. 12.

Теперь изучим, при каких условиях локальное равновесие типа b) с перетоком из рынка 1 на рынок 2 является равновесием Нэша. При предшествующих предположениях о параметрах модели

$$\tilde{v}^a = \tilde{v}_1 = \tilde{p}_1 d(1+\lambda^2),\ a \in A^1; \qquad \tilde{v}^a = \tilde{v}_2 = \lambda\tilde{p}_1 d(1/\lambda^2+1),\ a \in A^2;$$

$$\tilde{p}_1 = (\overline{D}_1 + \lambda\overline{D}_2)\big/[(n_1+n_2+1)d(1+\lambda^2)] = \tilde{p}_2/\lambda .$$

Локальное равновесие существует тогда и только тогда, когда имеется положительный переток из рынка 1 на рынок 2:

$$n_1\tilde{v}_1 > \overline{D}_1 - d\tilde{p}_1 \quad \Leftrightarrow \quad \lambda\tilde{D}_2 > \tilde{D}_1(1+\frac{\lambda^2/n_2 - 1/n_1}{1+\lambda^2+1/n_1}) \tag{23}$$

Таким образом, равновесие всегда существует при $\tilde{D}_2/\tilde{D}_1 \ge \lambda$. Более того, при любых разумных значениях параметров ($\lambda \le 1.2, n_i \ge 3$) граница множества близка к $\tilde{D}_2/\tilde{D}_1 \ge \lambda^{-1}$. При отклонении агента $a \in A^1$ оптимальной ценой для него является

$$\overline{p}_1 = (\overline{D}_1 - (n_1-1)\tilde{v}_1)/(2d),$$

выигрыш при этой цене равен $\overline{p}_1^2 d$. Условиями прибыльного отклонения являются (см. Утверждение 2.4):

$$\overline{p}_1 < \hat{p}_2/\lambda \ \Leftrightarrow\ \tilde{D}_1(\lambda^2(1+\frac{1}{n_2+1})+\frac{2n_2}{n_2+1}) > \lambda\tilde{D}_2(2+\lambda^2(1-\frac{2}{n_1-1})), \tag{24}$$

$$f^a(\tilde{v}) < f^a(\tilde{v}\parallel \overline{v}^a)\ \Leftrightarrow\ \overline{D}_1 > (\overline{D}_1+\lambda\overline{D}_2)(\frac{n_1-1}{n_1+n_2+1}+\frac{2}{1+\lambda^2}). \tag{25}$$

Легко увидеть, что для $\lambda \le 1.7$ последнее неравенство никогда не выполняется. Таким образом, локальное равновесие типа b) является равновесием Нэша в этой области.

Утверждение 2.8. Для любой комбинации параметров существует локальное равновесие типа a) (либо с перетоком из 1 в 2, либо с перетоком из 2 в 1, либо и с тем и с другим перетоком), и, по крайней мере, одно из них является равновесием по Нэшу. При симметричных значениях параметров ($n_1 = n_2$, $\overline{D}_1 = \overline{D}_2$) и $\lambda \le 1.3$ симметричное локальное равновесие типа a) не является равновесием Нэша, в то время как существуют два асимметричных равновесия Нэша типа b).

Интересно, что все производители теряют в прибыли в указанных асимметричных равновесиях по сравнения с симметричным локальным равновесием, и те, кто экспортирует свою продукцию на другой рынок, теряют больше, чем производители того рынка.

Сетевой аукцион Викри с резервными ценами. По данным заявкам игроков $(R^a, a \in A)$ цены отсечения, объемы выпуска и переток товара с одного рынка на другой рассчитываются так же, как для сетевого аукциона функций предложения. Заметим, что при заявках $S^a, a \in A$, отвечающих фактическим затратам, эти величины соответствуют состоянию конкурентного равновесия сетевого рынка и доставляют максимум суммарному благосостоянию. Плата агенту $a \in A^l$ за поставленный товар рассчитывается, исходя из резервных цен, следующим образом. Рассмотрим рынок без участника $a \in A^1$. Найдем цену отсечения и положим $r^a(0) = \tilde{c}(R^b, b \in A \setminus a)$. Далее для каждого значения v найдем предельную резервную цену $r^a(v)$ как цену отсечения $\tilde{c}^1(R^{A\setminus a}, \overline{R}^a)$, когда игрок a подает заявку $\overline{R}^a(p) \equiv v$ при фиксированных заявках остальных игроков. Если при $v = 0$ поток нулевой, то резервная цена рассчитывается для изолированного рынка 1, пока не будет достигнуто соотношение $\lambda r^a(v) = \tilde{c}^2(R^A)$. При дальнейшем увеличении v резервная цена определяется для объединенного рынка с функцией спроса $D^1(p) + \lambda D^2(\lambda p)$, а при выходе на максимальную пропускную способность — для изолированного рынка 1 с функцией спроса $D^1(p) + Q$.

Для $a \in A^2$ принцип расчета $r^a(v)$ такой же. При увеличении объема v возможен переход от рынка с активным ограничением пропускной способности к объединенному рынку. Максимальный объем находится из условия равенства резервной цены предельным издержкам.

Утверждение 2.9. В игре Γ_V стратегия $R^a(p) \equiv S^a(p)$ является слабо доминирующей для любого $a \in A = A^1 \cup A^2$. В равновесии Нэша $(S^a, a \in A)$ объемы выпуска соответствуют конкурентному равновесию, а выигрыш игрока a равен $W(A) - W(A \setminus a)$, где $W(K)$ — максимальное суммарное благосостояние производителей и потребителей, если только производители из множества $K \subseteq A$ участвуют в аукционе. Указанная резервная цена — минимальная среди обеспечивающих максимум суммарного благосостояния при любых функциях издержек.

Замечание 1. При наличии информации об издержках и максимальных мощностях генераторов можно рассчитать уточненную резервную цену. Алгоритм аналогичен указанному выше (см. Утверждение). Единственное отличие — в качестве исходной резервной цены $r^a(v)$ следует использовать указанную в этом разделе резервную цену. Если плата производителям окажется слишком низкой, то возможны промежуточные варианты выбора резервной цены.

Замечание 2. Схема проведения сетевого аукциона Викри и метод расчета резервных цен очевидным образом обобщаются для любого сетевого аукциона с заданными коэффициентом потерь (или удельными издержками транспортировки) и пропускными способностями на каждом ребре. К этой категории относятся, в частности, сетевые аукционы по продаже газа. Задача обобщения для сетевого аукциона с учетом специфики сети переменного тока несколько сложнее, но основная идея расчета резервных цен сохраняется и этом случае.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы изучили олигополию Курно, аукцион функций предложения и аукцион Викри с резервной ценами для локального рынка и сетевого рынка с двумя узлами. Для локального рынка мы доказали существование единственного равновесия Курно для функции спроса с неубывающей эластичностью. Мы показали, что верхняя оценка разности цены Курно и цены Вальраса пропорциональна максимальной доле одной фирмы в общем объеме производства при конкурентном равновесии и обратно пропорциональна эластичности спроса при цене Вальраса. Мы получили наглядный метод расчета исхода Курно при аффинной функции спроса и кусочно-непрерывных постоянных предельных затратах производителей.

Для сетевого рынка мы определили 3 возможных типа локальных равновесий Курно и получили для каждого типа необходимые и достаточные условия того, что локальное равновесие является истинным равновесием Нэша. Для квази-симметричной модели, где рынки отличаются только числом производителей, мы изучили множество равновесий Нэша в зависимости от параметров модели. Один из важных выводов состоит в том, что множественность локальных равновесий и, более того, настоящих равновесий Нэша типична для конкуренции по Курно на сетевом рынке.

Мы изучили модель аукциона функций предложения в случае, когда для агентов допустимы только неубывающие ступенчатые функции, как это происходит на оптовом рынке электроэнергии в России. Мы нашли три типа равновесий Нэша и доказали, что равновесия первого типа соответствуют исходам, равновесным по Курно. Для других равновесий цены отсечения лежат между ценами Вальраса и Курно. Более того, мы показали, что только равновесия Нэша, соответствующие исходам по Курно, устойчивы по отношению к некоторому классу адаптивной динамики для этой модели. Таким образом, оценка отклонения от цены Вальраса, полученная для олигополии Курно, также верна для этого рынка. Наши вычисления по данным Центрального экономического района России показывают, что при типичной эластичности спроса цена для олигополии с 5 компаниями может оказаться в несколько раз больше, чем цена конкурентного равновесия (см. табл. 2).

С учетом этой перспективы разумной альтернативой обычному аукциону является аукцион Викри с резервными ценами. На таком аукционе оплата каждой компании за поставленный товар осуществляется по резервным ценам, рассчитываемым на основе функции спроса и заявок других компаний. В нашем отчете описан механизм проведения этого аукциона и метод расчета его исхода для локального рынка и простейшего сетевого рынка с двумя узлами. Преимуществом этого аукциона является достижение максимального суммарного выигрыша участников (производителей и потребителей) при индивидуально рациональном поведении (соответствующем равновесию Нэша в доминирующих стратегиях). Наши расчеты на основе данных для Центрального экономического района России также показывают, что при типичных значениях эластичности спроса на электроэнергию ожидаемая цена для потребителей будет значительно ниже, чем в равновесии Курно аукциона функций предложения (см. табл. 2). Дополнительного снижения цен для потребителей можно добиться, если при расчете резервных цен учесть информацию о предельных издержках и максимальных мощностях отдельны генераторов. Соответствующий метод расчета также изложен в работе.

ПРИЛОЖЕНИЯ

A1. Математические доказательства

Доказательство Утверждения 1.1. Рассмотрим функцию

$$F(p) \overset{def}{=} \sum_a S_c^a(p) \big/ D(p) = 1 . \tag{A1}$$

При заданных условиях а), функция $F(p)$ непрерывна и монотонна в интервале $(0, M)$. Она стремится к 0 при p, стремящемся к 0, и она стремится к ∞ при p, стремящемся к M. (Предположим от противного, что

$$\lim_{p \to M} \frac{|D'(p)|}{D(p)} = B < \infty .$$

Тогда

$$\frac{p|D'(p)|}{D(p)} = MB(p) ,$$

$$\text{где } B(p) \to B \text{ при } p \to M, \ \frac{dD}{D} = D(p)\frac{dp}{p}, \ \ln D(p) + \infty \le 2MB(\ln M - \ln p) ,$$

что невозможно.)

Следовательно, существует единственное решение уравнения (A1). При выполнении условия b) единственная разница в рассуждениях состоит в том, что $F(p)$ определяется и возрастает для $p \in (0, \infty)$ и $\lim_{p \to \infty} F(p) = mL > 1$.

Пусть $p*$ — решение (A1). Тогда соответствующая комбинация $v^{a*} = S_c^a(p^*), \quad a \in A$, является равновесием Нэша. Действительно, функция выигрыша

$$\varphi^a(p) = (D(p) - \sum_{b \ne a} v^{b*})p - C^a(D(p) - \sum_{b \ne a} v^{b*})$$

унимодальна по p, так как

$$\varphi'^a(p) = D(p)\left[1 - eD(p)(1 - \frac{C^{a'}(D(p) - \sum_{b \ne a} v^{b*})}{p}) \right]$$

убывает по p, так как $D(p) \downarrow$, $e(p) \uparrow$, $C^{a'} \downarrow$ and $p \uparrow p$.

Доказательство Утверждения 1.2. Здесь представлено доказательство для случая, когда предельные затраты производства постоянны для $v^a \le V^a$. Рассмотрим сначала симметричный случай $c^a = c,\ V^a = V,\quad a \in A$ и функцию спроса с заданной эластичностью $D(p) = K / p^e,\ p \ge \widetilde{p}$. Тогда, исходя из (1), $p^* = c/(1-(em)^{-1})$ и

$$v^{a*} \equiv v^* = \frac{K(1-(em)^{-1})^e}{mc^e}$$

при $v^* \le V$, иначе $v^* = V,\ p^* = (K / mV)^{1/e}$.

Отметим, что $\widetilde{p} = \max(c,(K / mV)^{1/e}),\quad \widetilde{v} = \min(V,\ K/(mc^e))$, откуда $1 \ge \widetilde{p} / p^* \ge 1-(em)^{-1}$ и $v^* / \widetilde{v} \ge (1-(em)^{-1})^e$ при $v^* \le V$, иначе $\widetilde{p} = p^*,\ \widetilde{v} = v^* = V$.

Теперь рассмотрим симметричный случай при условии $e(p) \ge e$ для $p > \widetilde{p}$. Тогда равновесная по Нэшу цена удовлетворяет условию

$$1 = m\left(\min\left[\frac{V}{D(p)}, e(p)(1-\frac{c}{p})\right]\right).$$

Так как

$$D(p) = D(\widetilde{p})\exp(-\int_{\widetilde{p}}^{p}(e(p)/p)dp),$$

правая часть никогда не меньше правой части при постоянной эластичности спроса. Следовательно, $p^* \le p^*(e),\ v^* \ge v^*(e)$, где $p^*(e)$ и $v^*(e)$ равновесные по Нэшу значения при $e(p) \equiv e$ для $p \ge \widetilde{p}$.

Далее пусть

$$V^1 \ge V^2 \ge \ldots \ge V^m,\ V^1 \le \sum_a V^a / n, \qquad \text{(A2)}$$

а другие условия не меняются. Из (A1) равновесная по Нэшу цена p^* является единственным решением уравнения

$$D(p) = \sum_{a > m(p)} V^a + v(p)m(p), \text{ где } v(p) = (p-c)\left|D'(p)\right|,\ m(p) = \max\left\{a \mid V^a \ge v(p)\right\}.$$

Мы можем рассматривать правую часть и решение p^* как функцию $\overline{V} \overset{def}{=} \left(V^a,\ a \in A\right)$. Тогда $p^*(\overline{V})$ достигает своего максимума при условии (A2), когда эта часть достигает своего минимума. Легко увидеть, что при заданном общем объеме $\sum_a V^a$ и для любой $p > c$, минимум — в точке $V^1 = V^2 = \ldots = V^n = \sum_a V^a / n,\quad V^a = 0$ для любого $a = n+1,\ldots,m.$ Таким образом, равновесная по Нэшу цена при условии (A2) меньше или равна равновесной по Нэшу цене для симметричного случая с n фирм, а общий объем производства не меньше, чем для этого случая. С другой стороны,

$$\widetilde{p} \geq c,\; D(\widetilde{p}) \leq \sum_a V^a\,,$$

как в симметричном случае. Таким образом, оценки (3) верны при условии (A2).

В итоге, рассмотрим случай с различными затратами на производство.

Пусть $c^1 \leq c^2 \leq \ldots \leq \widetilde{p} \leq c^{k+1} \leq \ldots \leq c^m$. Равновесная по Нэшу цена отвечает уравнению (A1) и не превышает решение уравнения

$$D(p) = \sum_{a \leq k} \min\left(V^a,\, |D'(p)|(p - c^k)\right), \tag{A3}$$

так как правая часть меньше или равна правой части (A1). Однако это уравнение соответствует олигополии с

$$\bar{c}^1 = \bar{c}^2 \leq \ldots \leq \bar{c}^k = c^k,\; \bar{V}^a = V^a,\; a = 1,\ldots,k,\; \sum_a \bar{V}^a = \sum_{a \in A^+(\widetilde{p})} V^a\,.$$

Таким образом, оценки (3) следуют из рассмотрения предыдущего случая.

Теперь рассмотрим общий случай — выпуклую функцию затрат $C^a(v), a \in A$. Рассмотрим рынок, где те же A и $D(p)$, производственные мощности $\hat{V}^a = S^{a+}(\widetilde{p})$ и предельные издержки $\hat{c}^a(v^a) \equiv \widetilde{p}$ для $v^a \leq \hat{V}^a, a \in A$. Пусть $(\hat{p}^*, v^{a*}, a \in A)$ — исход Курно для данного рынка. Тогда оценка (3) сохраняется, исходя из предыдущего доказательства, и цена Вальраса $\widetilde{p}$ остается той же. Из определения функции предложения Курно (см. (1), (2)) вытекает, что $\hat{S}^a_C(p) \leq S^a_C(p)$ для любых a, p. Таким образом, $p^* \leq \hat{p}^*, v^{a*} \geq \hat{v}^{a*}, a \in A$.

Доказательство Утверждения 1.3. Пусть b — рациональный производитель с $R^{b-}(\widetilde{c}) < S^{b-}(\widetilde{c})$. Тогда $v^b = D(\widetilde{c}) - R^-(\widetilde{c}) + R^{b-}(\widetilde{c})$, то есть, b получает весь остаточный спрос по цене $\widetilde{c}$, иначе любое достаточно небольшое уменьшение $c_{i(b)} = \widetilde{c}$ позволяет увеличить объем продаж и прибыль этого производителя. Следовательно, $v^a = S^{a-}(\widetilde{c})$ и $\widetilde{c} \geq \widetilde{p}$ (так как $S^-(\widetilde{p}) < D(\widetilde{p})$).

Покажем, что $\widetilde{c} \leq p^*$. Так как $(R^a, a \in A)$ — равновесие Нэша, функция

$$p(D(p) - \sum_{a \neq b} v^a) - C^b(D(p) - \sum_{a \neq b} v^a)$$

достигает своего максимума на интервале $p \in [0, \widetilde{c}]$ в точке $\widetilde{c}$. Условия первого порядка для этого следующие: $v^b = D(\widetilde{c}) - \sum_{a \neq b} v^a \geq S^b_C(\widetilde{c})$. При $a \neq b$ $v^a = S^{a-}(\widetilde{c}) \geq S^a_C(\widetilde{c})$. Отсюда $\widetilde{c} \leq p^*$.

c) Рассмотрим равновесие этого типа. Рассуждения аналогичны случаю b), только $v^a \in [S_C^a(\widetilde{c}), S^{a+}(\widetilde{c})]$. Следовательно, $\widetilde{c} \in [\widetilde{p}, p^*]$.

И, наоборот, для любого $\overline{p} \in [\widetilde{p}, p^*]$ определим $v^a, a \in A$ так, что $v^a \in [S_C^a, S^{a+}]$ и $\sum_a v^a = D(\overline{p})$. Пусть

$$R^a(p) = \begin{cases} v^a, \ p < \overline{p}, \\ M, \ p \geq \overline{p}. \end{cases}$$

Тогда при любом достаточно большом M эта стратегическая комбинация является равновесием по Нэшу с ценой отсечения $\overline{p}$.

Доказательство Утверждения 1.4. Если $f^a(v) = v^a p(v) - C(v^a)$, то

$$\partial f^a / \partial v^a = p(v) - C'(v^a) + v^a / D'(p(v)), \ dv^a / dt = \alpha[p(v) - C'(v^a) + v^a / D'(p(v))]$$

и

$$dp/dt = (D^{-1}(\sum_a v^a))'_t = -\alpha \frac{[\sum_a |D'(p)|(p(v) - C'(v^a)) - D(p)]}{(D'(p))^2} = -\alpha \frac{\sum_a S_C^a(p) - D(p)}{(D'(p))^2}.$$

Аналогично доказательству Утверждения 1.1, разность в числителе отрицательна для $p < p^*$ и положительна для $p > p^*$. Таким образом, $dp/dt > 0$, если $p < p^*$, и $dp/dt < 0$, если $p > p^*$. Следовательно, $p(t)$ стремится к p^* при $t \to \infty$. Отсюда $v^a(t)$ сходится к v^{a*} при любом $a \in A$.

Доказательство Утверждения 1.5. Для a выгодно увеличивать объем продаж v, пока для цены отсечения $\widetilde{c}(v)$ (такой, что $D(\widetilde{c}(v)) \in R^{A \setminus a}(\widetilde{c}(v^a)) + v^a$), резервная цена $D(\widetilde{c}(v))$ превосходит предельные издержки $C^{a\prime}(v)$. Поэтому оптимальный объем составляет $S^a(\widetilde{c}(R^{A \setminus a}, S^a))$ при любом $R^{A \setminus a}$. При заданном объеме выигрыш не зависит от $R^a(p)$ (см. рис.), поэтому $S^a(\cdot)$ — слабо доминирующая стратегия. Для набора $(S^a, a \in A)$ исход $\overline{v}(S^a, a \in A)$ соответствует конкурентному равновесию, а выигрыш игрока a равен $W(A) - W(A \setminus a)$.

Доказательство Утверждения 1.6. Пусть для объемов $v^a \leq \overline{v}$ утверждение доказано. Рассмотрим фирму с постоянными предельными издержками $c^a = r^a(\overline{v})$ при $v^a \leq \overline{v} + dv = V^a$. Фирма выпустит объем $\overline{v} + dv$ лишь если предельная цена за дополнительный объем dv не меньше $r^a(\overline{v})$. Ч.Т.Д.

Доказательства Утверждения 1.7. (Bolle, 2004) Утверждения 2–4 показывают, что решение задачи аукциона (***) соответствует решению "задачи выбора команды" (Team Selection Problem). Поскольку характеристическая функция $W(K)$ является вогнутой: для любых $L \supset K, a \notin L$ $W(L) \geq W(K)$ и $W(L \cup \{a\}) - W(L) \leq W(K \cup \{a\}) - W(K)$, то фирма a будет принята в команду, если и только если ее требование w^a не превышает $W(A) - W(A \setminus a)$.

Доказательство Утверждения 2.1. Покажем, что точка $(v^{a*}, a \in A)$, удовлетворяющая ('), ('') не является равновесием Нэша. Пусть агент уменьшает v^{a*}. Тогда p_1 увеличивается, и рынок делится. Если левое неравенство строгое, то малое изменение v^{a*} увеличивает его выплаты. Иначе строгим является правое неравенство. Рассмотрим малое увеличение v^{a*}. В этом случае производитель a оказывается в объединенном рынке, и оптимальный объем выпуска соответствует правой части неравенства. Таким образом, выигрыш производителя увеличивается вместе с v^a. Случай $q = Q$, $\lambda p_1^* = p_2^*$ аналогичен по отношению производителям $a \in A^2$.

Доказательство Утверждения 2.2. Согласно доказательству Утверждения 1.1, выигрыш игрока $a \in A^1$ при фиксированных стратегиях других агентов является унимодальной функцией цены p_1 в интервалах $p_1 < p_2^* / \lambda$ и $p_1 > p_2^* / \lambda$, и $f^a(p_1^*) > f^a(p_2^* / \lambda)$. Если $\bar{p}_1 > p_2^* / \lambda$, тогда функция выигрыша возрастает в первом интервале, а p_1^* является единственным максимумом. В противном случает существует два локальных максимума и p_1^* является глобальным максимумом тогда и только тогда, когда $f^a(p_1^*) > f^a(\bar{p}_1)$.

Доказательство утверждений 2.3, 2.4 аналогично.

A2. Практическое исследование

В этой части мы вычислим равновесия Нэша для аукциона функций предложения и аукциона Викри для различных вариантов рынка электроэнергии Центрального экономического района России. Статья Дьяковой Ю.В., основанная на данных РАО ЕЭС, содержит следующие данные о предельных издержках и производственных мощностях генерирующих компаний региона (см. табл. 1).

Мы рассматриваем различные линейные функции спроса $D(p) = N - \gamma p$, соответствующие данным о потреблении в 2000:

γ	0.1	0.2	0.4	0.6
N	279.9	316.1	388.4	460.7

Таблица 1.

Генератор	Предельные издержки (руб/КВт)	Мощности (млрд. КВт в год)
Мосэнерго		
G1	0	5
G2	75	10
G3	80	10
G4	85	25
G5	90	10
G6	100	5
G7	165	10
Росэнергоатом	12.5	125.4
GC1		
1	0	16
2	60	2
3	112	3
4	125	2
5	150	16
6	200	2
7	255	2
8	340	10
GC2		
1	95	2.5
2	110	2.5
3	120	4
4	128	13
5	135	6
6	145	2
7	162	15
GC3		
1	0	3.5
2	100	2.5
3	120	21
4	150	3.5
5	170	4.5
6	200	4.5
7	215	3

Для локального рынка мы нашли исход Курно и исход Викри для двух вариантов рыночной структуры:

a) включающей 5 компаний;

b) включающей 3 компании (Мосэнерго, Росэнергоатом и UGC, включающей все остальные генераторы).

Для каждого γ мы оценили отклонение равновесной по Нэшу цены от цены Вальраса.

Таблица 2. Цена Вальраса и отношение цен Курно и Викри к цене Вальраса в Центральном экономическом районе России.

γ	$\tilde{p}$	$p_5^*/\tilde{p}$	$p_3^*/\tilde{p}$	$p_{V5}/\tilde{p}$
0.1	135	4.24	5.65	1.59
0.2	150	2.45	3.10	1.49
0.4	172.5	1.56	1.87	1.49
0.6	219.67	1.15	1.34	1.30

$\tilde{p}$ — цена Вальраса;

p^* — цена Курно;

p_V — цена Викри.

Таким образом, для практически интересных значений $\gamma = 0.1 - 0.2$ аукцион Викри значительно лучше с точки зрения потребителей, чем обычный аукцион функций предложения.

Сравним наши результаты с результатами, полученными при использовании аффиной аппроксимации функций предложения компаний. Аболмасов (2002), Дьякова (2003), Baldick (2000) используют этот подход для того, чтобы оценить ожидаемое отклонение равновесия Нэша от цены Вальраса.

Расчет отклонения равновесия Нэша от конкурентного равновесия на основе линейной аппроксимации функций предложения. Аболмасов (2002) и Дьякова (2003) используют следующий метод. Для каждой компании $a = 1, ..., 5$ функция предложения приближается аффинной функцией $S_L^a(p) = k_a(p - c_a)$, построенной методом наименьших квадратов. Цена Вальраса для этих функций находится из условия

$$D(\tilde{p}_{Lm}) = \sum_{A(m)} S_A^a(\tilde{p}_{Lm}).$$

Заявленные функции предложения, образующие равновесие Нэша, $S_{NE\,m}^a(p) = \beta_a(p - c_a)$, $a \in A(m)$, вычисляются по результатам Baldick (2000) (см. также Аболмасов, 2002): коэффициенты β_a находятся из системы

$$\beta_a = (1-\beta_a / k_a)(\gamma + \sum_{j \neq a} \beta_j), \; a \in A(m).$$

Цена равновесия Нэша при оптимальных функциях предложения находится из условия

$$D(\widetilde{p}_{NE\ m}) = \sum_{A(m)} S_A^a(\widetilde{p}_{NE\ m}).$$

По результатам Дьяковой отличие $\widetilde{p}_{NE\ 3}$ от $\widetilde{p}$ составило около 50%, в то время как $\widetilde{p}_{NE\ 5}$ отличается от $\widetilde{p}$ примерно на 20–25% для любого $\gamma \in (0.1,\ 1)$. На этом основании она делает вывод, что 5 компаний достаточно для обеспечения приемлемого уровня конкуренции на рынке электроэнергии в Центральном экономическом районе России. Наши результаты показывают, что отклонение цены Курно от цены Вальраса сильно зависит от углового коэффициента функции спроса и существенно превосходит указанную величину при $\gamma \in (0.1,\ 0.2)$.

А3. Список обозначений

CE — равновесие Курно;

NE — равновесие Нэша;

SPE — совершенное подыгровое равновесие;

WE — равновесие Вальраса;

V^a — производственные мощности производителя a;

$C^a(v)$ — функция затрат производителя a, $v \in [0, V^a]$;

f^a — функция выигрыша (доход) производителя a;

p — рыночная цена;

$D(p)$ — функция спроса;

$e(p)$ — эластичность спроса;

$S^a(p)$ — теоретическая функция предложения производителя a, $S(p) = \sum_a S^a(p)$;

$\widetilde{p}$ — цена Вальраса;

$\widetilde{v}^a$ — объем выпуска фирмы a в равновесии Вальраса;

p^* — цена Курно;

v^{a*} — объем выпуска фирмы a в равновесии Курно;

$S_C^a(p)$ — функция предложения Курно производителя a, $S_C(p) = \sum_a S_C^a(p)$;

$S^+ = \max S$, $S^- = \min S$ для любого множества S;

$R^a(p)$ — заявка производителя a, $\vec{R} = (R^a, a \in A)$, $R(p) = \sum_a R^a(p)$;

$\tilde{c}$ — цена отсечения;

$r^a(v)$ — предельная резервная цена для дополнительного выпуска производителя a при объеме производства v;

$\bar{r}^a(v)$ — та же величина при полной информации о предельных издержках и максимальных мощностях генераторов;

p_V — цена в равновесии по Нэшу для аукциона Викри;

A^l — множество производителей на рынке l, $l = 1, 2$;

n_l — число производителей на рынке l;

k — коэффициент потерь на линии передачи, $\lambda = (1-k)^{-1}$;

Q — мощность линии передачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Аболмасов А., Колодин Д. (2002) Конкурентный рынок или создание монополий: структурные проблемы российского оптового рынка электроэнергии, *ERRC final report*.

Дьякова Ю.И., (2003) *Моделирование оптового рынка электроэнергии в России* (Российская экономическая школа, Дипломная работа).

Кулиш И.В., *Моделирование ценообразования на оптовом рынке электроэнергии при наличии договоров прямого платежа* (Московский Государственный Университет имени М.И. Ломоносова, Факультет Вычислительной Математики и Кибернетики, Кафедра Исследования Операций, Дипломная работа).

Baldick, Grant, and Kahn (2000) Linear Supply Function Equilibrium: Generalizations, Application, and Limitations, *POWER Working Paper* PWP-078 (University of California Energy Institute) August.

Berheim, B.D., Whinston, M.D. (1986) Menu Auctions, Resource Allocation, and Economic Influence, *Quarterly Journal of Economics*, 1–31.

Martimort D., Stole L. (2002) The revelation and delegation principles in common agency games", *Econometrica* **70** (4), 1659–1673.

Bolle F. (2004) *On Unique Equilibria of Menu Auction* (Unpublished manuscript).

Green R., Newbery D. (1992) Competition in the British Electricity Spot Market, *Journal of Political Economy* **100** (5), 929–953.

Green R. (1996) Increasing Competition in the British Electricity Spot Market, *Journal of Industrial Economics* **44** (2), 205–216.

Henney A. (1987) Privatise Power: Restructuring the Electricity Supply Industry, *Policy Study* No. 83 (London: Center Policy Studies).

Hogan W.W. (1998) *Competitive Electricity Market Design*: *a Wholesale Primer* (Harvard University).

Hogan W. (1995) Electricity Transmission and Merging Competition: Why the FERC's Mega-NOPR Falls Short, *Public Utilities Fortnightly* **133** (13), 32–36.

Klemperer P., Mayer M. (1989) Supply Function Equilibria in Oligopoly under Uncertainty, *Econometrica* **57** (6),, 1243–1277.

Lawrence M.A., Cramton P. (1999) *Vickrey Auctions with Reserve Princing* (Unpublished manuscript).

McCabe K.A., Rassenti S.J., Smith V.L. (1989) Desighning 'Smart' Computer-Assisted Markets (an Experimental Auction for Gas Networks), *Journal of Political Economy* **5**, 259–283 (North-Holland).

Peters M. (2001) Common agency and the revelation principle, *Econometrica* **69** (5), 1349–1372.

New Russian Energy Strategy up to 2020, *Russian Government Proposal* No. 389-p.

Rothkoft M., Teisberg T., Kahn E. (1990) Why are Vickrey Auctions Rate?, *Journal of Political Economy* **98**, 94–109.

Sykes A., Colin R. (1987) Current Choices: Good Ways and Bad to Privatize Electricity, *Policy Study* No. 87 (London: Centre Policy Studies).

The Model of the Russian Wholesale Market RAO UES Draft Document, Version 2.2.

Vasin A.A, Durakovich N. Vasina P.A. (2003) Cournot Equilibrium and Competition via Supply Functions (Forthcoming).